

磁場閉じ込めプラズマの高エネルギー粒子・電磁流体連結シミュレーション

Hybrid Simulation of Energetic Particles and Magnetohydrodynamics for Magnetically Confined Plasmas

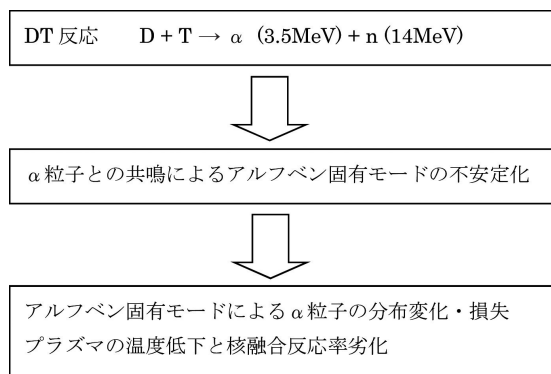
核融合科学研究所
藤堂 泰

磁場閉じ込め核融合プラズマでは1億度以上の高温が実現している。そのような高温プラズマでは粒子間の衝突頻度が低いので、プラズマ粒子の熱平衡分布を仮定した流体モデルは粗い近似である。一方で、プラズマ粒子の位相空間分布の時間発展を追跡する粒子 (particle-in-cell, PIC) シミュレーションやVlasovシミュレーションと比較すれば、流体シミュレーションの魅力は変数が少ないため計算量と記憶容量が軽減されることである。そこで、波動との共鳴粒子などの流体モデルでは記述できない粒子グループのみにPICシミュレーションを適用し、残りの粒子グループを流体として取り扱う粒子・流体連結シミュレーションが有力な手法となる。本稿では磁場閉じ込めプラズマ中の高エネルギー粒子と電磁流体モデルを連結したシミュレーションについて、国際的な協力によるコード間の比較検証や実験データとの詳細な比較による妥当性確認などの最近の進展を含めて紹介する。

1. はじめに

フランスで建設中の国際熱核融合実験炉ITER [1] は、重水素と三重水素を燃料とした核融合反応 (DT反応) が自律的に持続する「燃焼プラズマ」を実現する装置である。燃焼プラズマにおいては、DT反応から発生する3.5MeVの高エネルギーアルファ粒子 (He) をプラズマ内部に閉じ込めてプラズマの加熱に利用する。高エネルギーアルファ粒子の損失はプラズマの温度低下による核融合反応率の劣化に直結するので、その閉じ込めは重要な研究課題である。一方で、3.5MeVのアルファ粒子の速度はアルフベン波という電磁流体 (MHD) 波動の位相速度と同程度であり、アルファ粒子の一部はアルフベン固有モード

と呼ばれるプラズマのMHD固有振動と共鳴する。粒子間衝突などの散逸が存在しないプラズマにおいても波動と粒子の共鳴相互作用によって波動が減衰する現象がランダム減衰である。共鳴粒子の位相空間分布に依存して波動が減衰する場合と成長する場合があり、アルファ粒子とアルフベン固有モードの相互作用ではアルフベン固有モードが成長する可能性がある。有限振幅に成長したアルフベン固有モードはアルファ粒子の分布変化やプラズマ外部への損失をもたらすので、燃焼プラズマにおける高エネルギーアルファ粒子とアルフベン固有モードの相互作用を理解し、それらの挙動を予測することが必要である。この問題の概略を下記の模式図に示す。



高エネルギーアルファ粒子の他にも、磁場閉じ込めプラズマ実験ではプラズマ加熱の目的で外部から入射する中性粒子ビームやサイクロトロン周波数帯波動によって生成する100keV程度のエネルギーをもつ高速イオンが存在する。本稿で紹介する高エネルギー粒子とはこれらの高速イオンや高エネルギーアルファ粒子のことであり、英語では *energetic particles* と呼ばれている。同じく本稿の題名に含まれている電磁流体とは英語の *magnetohydrodynamics* (MHD) の訳であり、英語を直訳して磁気流体と呼ばれることも多い。MHDは流体のNavier-Stokes方程式と磁場の誘導方程式を連結した方程式系であり、そこでの電場はOhmの法則を通して流体速度場と磁場から決まる従属的な変数である。このため英語名は電場を含んでいないものと思われるが、MHD波動と粒子との相互作用では電場が本質的に重要なので (Lorentz力は波動・粒子間でエネルギーを伝達しない!)、筆者は電磁流体という用語を好んで使っている。同様に、連結という言葉は英語では *hybrid* であるが、プラズマ分野で単にハイブリッドシミュレーションと言うとイオンを粒子、電子を流体として扱うものを指すことが一般的なので、誤解を避けるために連結シミュレーションと呼んでいる。

2. プラズマ物理としての位置づけ

燃焼プラズマの実現に先立って、多くの実

験装置において高エネルギーアルファ粒子の代わりに中性ビーム入射やイオンサイクロトロン周波数加熱による高速イオンを用いて、アルフベン固有モードの模擬実験が行われている [2-5]。これまでの実験研究により、アルフベン固有モードの空間分布、周波数、および振幅が計測され、多様な時間発展 (バースト的、定常的、周波数変調) が明らかになってきた。以下に述べる2点において、高エネルギー粒子とアルフベン固有モードの研究はプラズマ物理として重要であると言える。

(1) MHDモデルの検証と拡張

アルフベン固有モードはMHD的な固有振動であり、その空間分布と周波数はMHD理論で基本的には説明可能である。しかし、MHDモデルでは理想気体の圧力発展の式が用いられており、高温で無衝突の核融合プラズマに対してどの程度有効であるか検証が必要である。またMHDモデルには、電場をオームの法則で与え、イオンの有限ジャイロ半径効果を見捨てるなどの近似が含まれている。アルフベン固有モードの周波数や空間分布などの性質をMHD理論と比較することにより、高温プラズマにおけるMHDモデルの妥当性を確認するとともに、必要な理論拡張の手がかりを得ることができる。MHDモデルは核融合プラズマだけでなく天体プラズマの研究においても広く採用されているので、実験との比較によるMHDモデル検証の意義は大きい。

(2) 波動-粒子相互作用研究の発展

プラズマの特徴は荷電粒子が電磁相互作用を通して集団的な挙動を示すことである。集団的挙動である波動と個々の粒子の相互作用 (波動-粒子相互作用) は、ランダウ減衰に代表されるようにプラズマ物理の最も重要な研究課題である。大型核融合実験装置のプラズ

マは高温のため粒子間衝突（粒子－粒子相互作用）の頻度が低く、波動－粒子相互作用の研究に最適の対象である。高速イオンとアルフベン固有モードの相互作用は5次元位相空間（本来は6次元であるが荷電粒子のジャイロ運動の位相に依存しない低周波の問題を対象とするので5次元として取り扱うことができる）における（逆）ランダウ減衰の問題であると言える。この問題のさらに重要な特徴は、核融合プラズマは高エネルギーアルファ粒子や高速イオンが連続的に生成・入射されるととともにそれらのプラズマ外部への損失が発生する開放系であることである。また、アルフベン固有モードの振動周波数や成長率と比較すると粒子間衝突周波数は小さいが、長時間の時間発展を考える場合には粒子間衝突による緩和を考慮する必要が生じる。このように、高速イオンとアルフベン固有モードの相互作用は逆ランダウ減衰を非平衡開放系に拡張した問題であり、高速イオン分布関数におけるhole-clump pairの形成と周波数変調、共鳴の重なり（resonance overlap）による複数波動のバースト的時間発展の同期、などの興味深い現象が発見されている。

3. シミュレーションモデル

次に高エネルギー粒子・MHD連結シミュレーションモデルについて説明する。このモデルではプラズマを高エネルギー粒子とその他の粒子グループに分割し、その他の粒子グループをMHD流体として近似する。MHD流体の時間発展は以下の方程式によって記述される。

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\rho &= -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \\ \rho \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v} &= -\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \\ \frac{\partial}{\partial t}p &= -\nabla \cdot (p \mathbf{v}) - (\gamma - 1)p \nabla \cdot \mathbf{v} \\ \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B} &= -\nabla \times \mathbf{E} \\ \mathbf{j} &= \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}\end{aligned}$$

ここで、 ρ と p はMHD流体の質量密度と圧力、 $\mathbf{v}$ と $\mathbf{B}$ は流体速度場と磁場、 $\mathbf{j}$ と $\mathbf{E}$ はプラズマ電流密度と電場、 μ_0 は真空の透磁率である。実際のシミュレーションでは粘性や電気抵抗を加えるがここでは省略した。

このMHD方程式が与える電磁場中の高エネルギー粒子の運動は基本的にはNewton-Lorentz方程式によって記述されるが、イオンサイクロトロン周波数よりも低周波数のMHD波動を研究対象とするので、サイクロトロン運動について平均化した案内中心近似を用いる。高エネルギー粒子の位相空間は本来6次元だが、低周波数の波動との相互作用はサイクロトロン運動の位相に依存しないため、位相空間は5次元となる。

次に高エネルギー粒子がMHD流体に与える影響を考える。プラズマ全体の電荷密度を Q 、高エネルギー粒子電荷密度を Q_h とそれぞれ表すと、MHD流体の電荷密度は $Q - Q_h$ となる。MHDモデルでは電荷の準中性条件を仮定するので $Q = 0$ となる。したがって、MHD流体が電場 $\mathbf{E}$ から受ける力の密度は $-Q_h \mathbf{E}$ となり、磁場 $\mathbf{B}$ に対して平行成分と垂直成分に分けて

$$-Q_h \mathbf{E} = -Q_h \mathbf{E}_{//} + Q_h \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \times \mathbf{B}$$

と表すことができる。一方で、MHD流体が磁場から受けるローレンツ力に対しても電場と同様の議論が可能である。プラズマ全体の電流密度は $\mathbf{j}$ であり、高エネルギー粒子電流密度が $\mathbf{j}_h$ であるならばMHD流体の電流密度は両者の差 $\mathbf{j}-\mathbf{j}_h$ となるので、この電流密度と磁場の外積がローレンツ力となる。MHD流体が電場と磁場から受ける力をまとめると

$$-\mathcal{Q}_h \mathbf{E} + (\mathbf{j} - \mathbf{j}_h) \times \mathbf{B} = -\mathcal{Q}_h \mathbf{E}_{//} + \left(\mathbf{j} - \mathbf{j}_h + \mathcal{Q}_h \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \right) \times \mathbf{B}$$

となるが、右辺の括弧の中で $\mathcal{Q}_h$ の掛かった項は、高エネルギー粒子のドリフト電流に対するローレンツ力に等しい。従って、 $\mathbf{j}_h$ から高エネルギー粒子ドリフト電流を差し引いたものを $\mathbf{j}_h'$ と定義し、磁場に平行な電場成分はMHDモデルでは一般に小さいので無視すると、高エネルギー粒子の寄与を考慮した理想MHD運動方程式は次のように与えられる。

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} = -\rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} - \nabla p + (\mathbf{j} - \mathbf{j}_h') \times \mathbf{B}$$

MHD方程式のうち高エネルギー粒子の効果による変更はこの拡張運動方程式のみである。高エネルギー粒子にはPIC法を適用するので、 $\mathbf{j}_h'$ は粒子分布に基づいて格子点上で定義される。この拡張運動方程式では $\mathbf{j}_h'$ の磁場に垂直成分のみが参照される。案内中心近似の下では磁場に垂直な電流成分は磁場勾配・曲率ドリフトと磁化電流であり、格子点上で定義された高エネルギー粒子の平行および垂直圧力から計算される。

4. 最近の研究成果

高エネルギー粒子・MHD連結モデルに基づいたシミュレーションコードMEGA[6]

を用いた最近の研究成果を紹介する。MEGAはMPIとOpenMPによって並列化されており、シミュレーションの実行にあたっては核融合科学研究所のプラズマシミュレータ、国際核融合エネルギー研究センターのHelios、理化学研究所の「京」コンピュータを利用した。ここでは主な研究成果として、(1) ITERにおけるアルフベン固有モードの予測シミュレーション、(2) 国際トカマク物理活動 (ITPA) のコード間ベンチマーク、(3) DIII-Dトカマクにおけるアルフベン固有モードによる高速イオン分布平坦化のシミュレーション、(4) LHDにおけるアルフベン固有モードのシミュレーションを紹介する。

(1) ITERにおけるアルフベン固有モードの予測シミュレーション

核融合分野の日欧の国際協力事業である幅広いアプローチにおいて国際核融合エネルギー研究センターが設立され、その中に計算機シミュレーションセンター (IFERC-CSC) が設置されている。IFERC-CSCの高性能計算機システム (Helios, 六ちゃん) は1.52PFのピーク演算性能を有し、導入直後の2012年6月のTop500リストでは国内2位、世界12位に位置づけられた。Heliosが稼働を開始した2012年1月から3月に実施されたライトハウスプロジェクトの中で、筆者らのグループは高エネルギー粒子・MHD連結シミュレーションコードMEGAを用いてITERの定常運転シナリオにおけるアルフベン固有モードの安定性と高エネルギーアルファ粒子輸送を調べた[7]。高エネルギー粒子としてはアルファ粒子だけでなく、入射エネルギー1 MeVの重水素ビームイオンを考慮した。シミュレーションの結果、トロイダルモード数 $n=13 \sim 17$ のトロイダルアルフベン固有モードが最も不安定であるが、非線形段階では $n=3$ のベータアルフベン固有モードが支配的となることがわかった。このベータアルフベン固有モー

ドの磁場揺動飽和振幅はトロイダル磁場で規格化して0.4%であった。図1に線形局面と非線形局面でのアルフベン固有モード速度揺動分布を示す。アルフベン固有モードがもた

らすアルファ粒子と重水素ビームイオンの圧力変化は、それぞれのプラズマ中心値に対して6%および9%にとどまった。

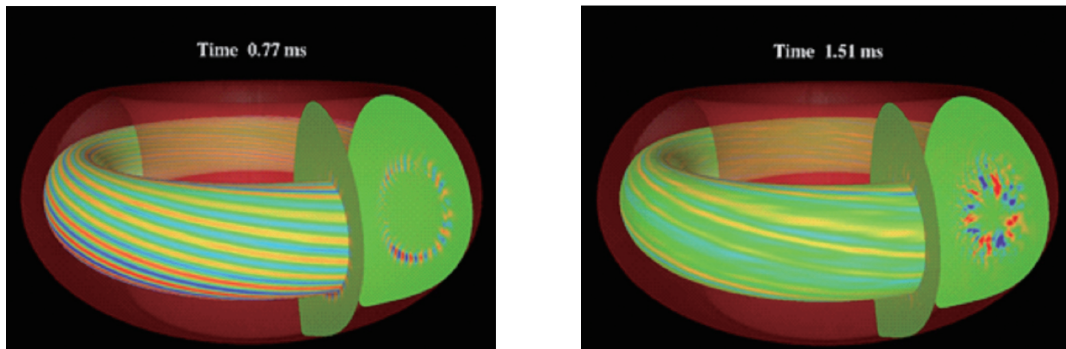


図1 ITER定常運転シナリオにおけるアルフベン固有モードの速度揺動分布。線形局面での分布（左）と非線形局面での分布（右）をそれぞれ示している。

(2) 国際トカマク物理活動 (ITPA) のコード間ベンチマーク

国際トカマク物理活動 (International Tokamak Physics Activity) はITERに参加している7極 (日・欧・米・露・中・韓・印) がITERのさまざまな物理課題に協力して取り組む活動である。ITPAには7つの課題グループがあり、課題グループごとに年2回定

期的に会合を開いて協力を進めている。そのうち高エネルギー粒子物理に関する課題グループでは、アルフベン固有モードについてシミュレーションコード間の比較ベンチマークを実施した [8]。MEGAコードもこのベンチマークに参加し、アルフベン固有モードの空間分布、周波数、成長率についてコード間のよい一致を確認した。

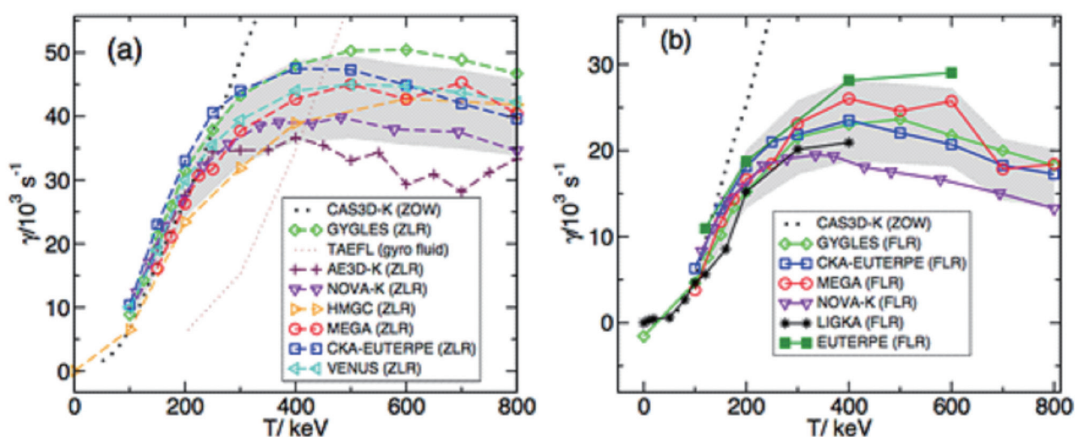


図2 アルフベン固有モードの成長率に関するコード間比較検証。高速イオン有限ラーモア半径効果を (a) 含まない場合と (b) 含む場合の双方について、ほぼ全てのコードが灰色で示された平均値の15%の範囲で一致した。MEGAの結果は赤色で示されている。[8]

(3) DIII-Dトカマクにおけるアルフベン固有モードによる高速イオン分布平坦化のシミュレーション

コードの検証 (verification) と並んで重要なのが実験との比較によるコードの妥当性確認 (validation) である。採用した物理モデルをコードが正しく計算しているかどうかを検証するのがverificationで、その物理モデルが正しいことを検証するのがvalidationと言える。実験を再現するためには正しい物理モデルを正しく計算しなければならないが、両方間違っている場合でも正しく見える結果を与える可能性があるので、verificationとvalidationの両方に取り組まなければならない。ITERなどの燃焼プラズマにおいて、 α 粒子をはじめとする高エネルギー粒子とアルフベン固有モードの相互作用が重要な研究課題であることはすでに述べた。現在のトカマク、ヘリカルおよび球状トカマク装置においても、高速 α 粒子の代わりに中性粒子ビーム入射 (NBI) 加熱や波動 (ICRF) 加熱による高速イオンを用いたアルフベン固有モードに関する実験が活発に行われている。米国のDIII-Dトカマクでは、定常的に小振幅を保つ多数のアルフベン固有モードとそれらによる高速イオン分布の顕著な平坦化が観測されている [9]。DIII-Dにおいては電子サイクロトロン放射 (ECE) 計測によりアルフベン固有モードによる電子温度揺動が詳細に測定されるとともに、高速イオンの空間分布も測定されているので、この実験を対象としてシミュレーションのvalidationを実施した。

シミュレーションにあたっては、この実験では高速イオン分布がアルフベン固有モードによって強く影響されていることに注意を払った。実験で計測された高速イオン分布

は、アルフベン固有モードによって速度空間と実空間の双方において緩和されたものである。したがってアルフベン固有モードと高速イオンの両者の時間発展を高速イオンの分布が形成される衝突減速時間程度の長時間追跡するシミュレーションが必要である。

このために、MEGAコードに現実的なビームイオン入射分布および粒子衝突と損失を導入するとともに、MHD揺動を含む計算と含まない計算を交互に行うマルチフェーズ計算により、高速イオン減速時間程度の長時間の計算を可能にした [10]。さらに、実験との詳細な比較のため、熱イオン反磁性ドリフトとプラズマのトロイダル回転を取り入れてMHDモデルを拡張した [11]。図3にシミュレーションにおいて多数のアルフベン固有モードと相互作用して形成された高速イオン圧力分布を実験と比較する。両者が実験の誤差程度で一致していることと、MHD揺動を含まずビームイオン入射と粒子衝突だけの計算結果と比較すると両者が強く平坦化していることがわかる。図4はシミュレーションにおいて最大振幅のアルフベン固有モードがもたらす電子温度揺動の分布を示している。図5はこの電子温度揺動の振幅分布を実験と比較したものである。振幅の絶対値を含めて両者はよく一致している。また、図4の電子温度揺動は捻れた構造を示している。この揺動は時計回りに回転しているので、プラズマ外縁部は振動を先導していることになる。揺動の周波数と位相分布についても実験と比較し、よい一致が得られた。このように高速イオン分布とアルフベン固有モード分布について、実験結果の再現に成功したのは世界初の成果である。

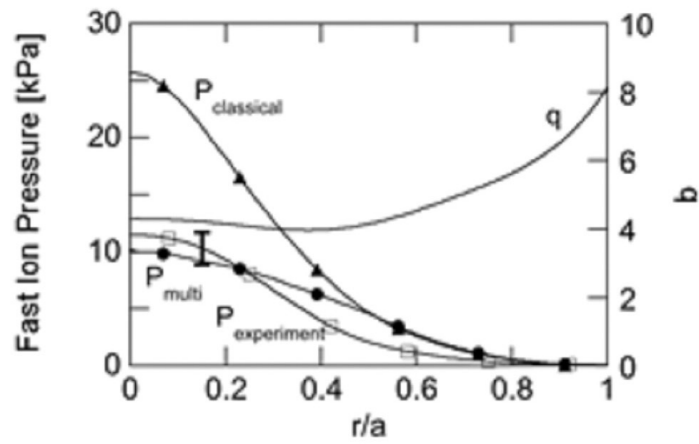


図3 シミュレーション結果の高速イオン圧力分布 (P_{multi}) は実験 ($P_{\text{experiment}}$) とよく一致した。両者ともMHD揺動を含まない計算 ($P_{\text{classical}}$) と比較して顕著に平坦化している。[11]

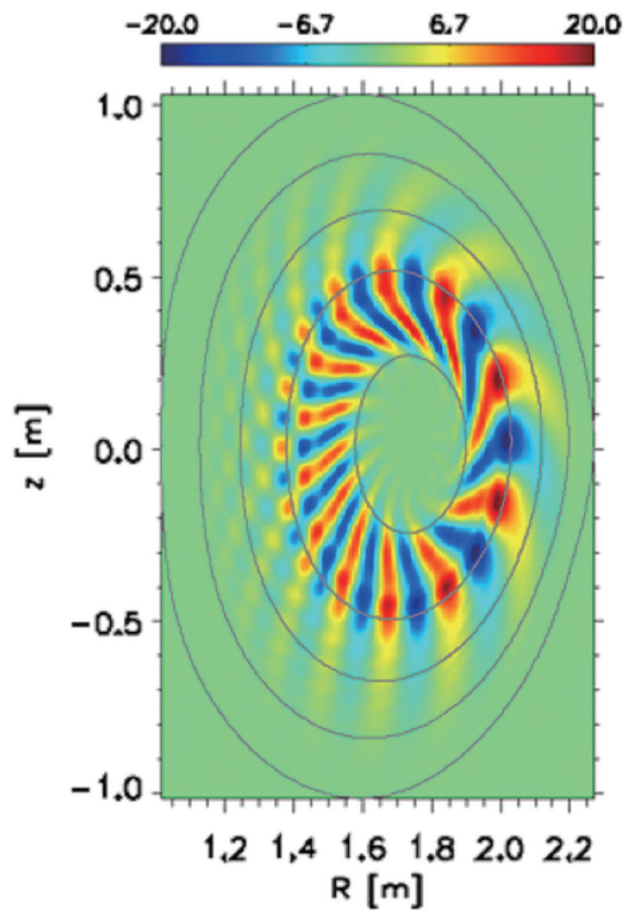


図4 シミュレーション結果におけるアルフベン固有モードによる電子温度揺動のポロイダル断面分布。この揺動は時計回りに回転している。[11]

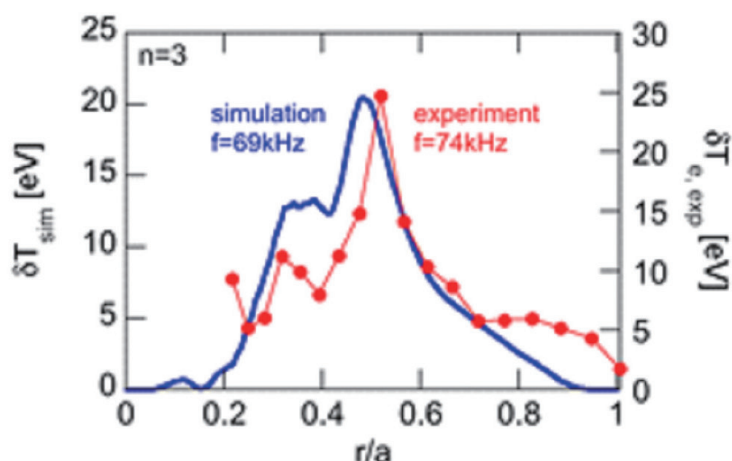


図5 アルフベン固有モードがもたらす電子温度揺動分布について、シミュレーション結果（青）はECE計測（赤）とよく一致した。[11]

(4) LHDにおけるアルフベン固有モードのシミュレーション

核融合科学研究所の大型ヘリカル装置（LHD）においても中性粒子ビーム入射による高速イオンを用いたアルフベン固有モードの実験が行われている [5]。LHDプラズマはトロイダル方向に10回対称の構造を持ち、平衡データは10の整数倍のトロイダルFourier成分で構成される。このような平衡においてはトロイダル波数が小さい巨視的なアルフベン固有モードであっても平衡の高波数成分と結合するので、そのシミュレーションは多数の格子点を必要とし大規模な計算となる。トカマクやLHDなどの環状プラズマでは、磁力線に沿った速度の向きが一定の「周回粒子」と磁場強度の弱い場所に捕捉されて磁力線に沿った速度の向きが周期的に反転する「捕捉粒子」が存在する。トカマクの捕捉粒子は環状プラズマの外側に存在するが、

LHDの捕捉粒子は2本のヘリカルコイルに挟まれた領域に存在する。LHDにおける高エネルギー粒子のシミュレーションでは、トカマクとは大きく異なる捕捉粒子の挙動に注意しなければならない。また、力学平衡を満たす磁場の構造をポアンカレ断面図で解析すると、軸対称のトカマクプラズマでは各磁力線が閉じた磁気面を構成していることが確認できるが、非軸対称のLHDプラズマでは磁気面が消失して乱れた領域が存在することがある。高エネルギー粒子の軌道やアルフベン固有モードの特性に対して、このような乱れた磁力線が与える影響は重要な研究課題である。LHDについても実験との比較によるシミュレーションの妥当性確認を行いながら、LHDプラズマに特有の課題についてシミュレーション研究を進めている。MEGAコードを用いて計算したLHDにおけるアルフベン固有モードの速度揺動分布を図6に示す。

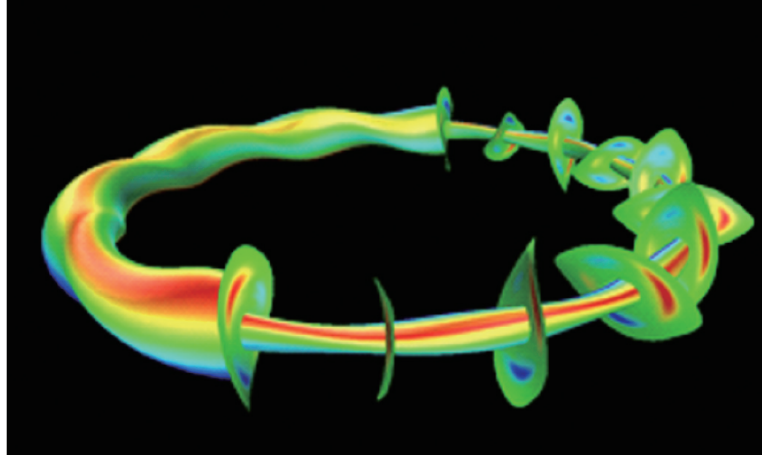


図6 シミュレーションで得られたLHDにおけるアルフベン固有モードの速度揺動分布。

5. まとめと今後の展望

本稿では磁場閉じ込めプラズマの高エネルギー粒子・電磁流体連結シミュレーションについて、シミュレーションモデルと最近の研究成果を紹介した。DIII-Dトカマクの実験との詳細な比較によるシミュレーションの妥当性確認に大きな進展があった。また、コード間の比較検証も国際的な協力で進めている。

DIII-Dトカマクの成果では、最大振幅のアルフベン固有モードの空間分布と振幅がよく一致したことを報告した。同じ実験の同時刻に観測された他の2つのアルフベン固有モードについても比較を行い、同様の一致を確認しているが振幅の絶対値については最大で2倍程度の違いがある。さらにより一致を目指すには、個々のアルフベン固有モードの減衰率をより正確に計算する必要がある。アルフベン固有モードの減衰機構にはMHD的な連続スペクトル減衰の他に、熱イオンのランダウ減衰や放射減衰があり、これらはMHDモデルには含まれていないので、MHDモデルをさらに拡張する必要がある。それにも関わらず高速イオンの圧力分布が実験とよく一致していることは興味深い。アルフベン固有モードが多数存在する場合には、高速イオン分布は個々のモードの減衰率にはあまり依存し

ないのかもしれない。

ITERやその後の原型炉における燃焼プラズマの予測シミュレーションでは、プラズマ全体の力学平衡と粒子衝突や乱流による粒子・運動量・エネルギーの輸送を解く必要がある。力学平衡と輸送による自己組織化によって構造が決定されるという点において、燃焼プラズマは天然の核融合炉である恒星と同じと言える。燃焼プラズマの予測には輸送係数を実験データとシミュレーションに基づいて設定した統合輸送コードが用いられる。統合輸送コードは基本的には1次元の輸送方程式を解くので計算規模が小さく、多くのプラズマ分布を素早く予測できる。本稿で紹介したような基礎方程式に基づく大規模シミュレーションとしては、高エネルギー粒子の他にMHD不安定性や乱流輸送などのシミュレーションがあり、これらの役割は統合輸送シミュレーションに輸送モデルと輸送係数を提供することである。同時に、大規模シミュレーションはシミュレーションの初期条件および設定条件として統合輸送シミュレーションの結果を必要としている。そのような大規模シミュレーションは、統合輸送シミュレーションが予測したプラズマ分布の物理的な整合性の検証と見ることもできる。統合輸送シミュレーションと大規模シミュレーションの

協力による信頼性の高い燃焼プラズマの予測が期待されている。

謝辞

本稿で紹介したシミュレーションは、核融合科学研究所のプラズマシミュレータ、国際核融合エネルギー研究センター計算機シミュレーションセンターのHelios、および理化学研究所のスーパーコンピュータ「京」(課題番号:hp120212)を利用して実行したものである。

参考文献

- [1] <https://www.iter.org/>
- [2] 藤堂泰 他, 小特集「アルヴェン固有モード研究の最新事情」, プラズマ・核融合学会誌 83, 865-910 (2007).
- [3] A. Fasoli et al., Nuclear Fusion 47, S264-S284 (2007).
- [4] W. W. Heidbrink, Physics of Plasmas 15, 055501- 1 – 055501-15 (2008).
- [5] K. Toi et al., Plasma Physics and Controlled Fusion 53, 024008- 1 – 024008-33 (2011).
- [6] Y. Todo and T. Sato, Physics of Plasmas 5, 1321-1327 (1998).
- [7] Y. Todo and A. Bierwage, Plasma and Fusion Research 9, 3403068- 1 – 3403068- 7 (2014).
- [8] A. Koenies et al., Benchmark of gyrokinetic, kinetic MHD and gyro-fluid codes for the linear calculation of fast particle driven TAE dynamics, 24th IAEA Fusion Energy Conference (October 8 -13, 2012, San Diego, USA) ITR/P 1 -34.
- [9] W. W. Heidbrink et al., Physical Review Letters 99, 245002- 1 – 245002- 4 (2007).
- [10] Y. Todo et al., Nuclear Fusion 54, 104012- 1 - 104012-13 (2014).
- [11] Y. Todo et al., Validation of comprehensive magnetohydrodynamic hybrid simulations for Alfvén eigenmode induced energetic particle transport in DIII-D plasmas, to appear in Nuclear Fusion 55 (2015).