境界要素法の原子核工学への応用
Boundary Element Method Applied to Nuclear Engineering Problems

北海道大学大学院工学研究院
板垣　正文

境界要素法は対象とする解析領域の境界のみに節点を置いて境界値問題を解くユニークなコンピュータ解法であり、差分法や有限要素法にはない多くの利点を有する。境界要素法は、無限大領域を含む問題、不規則幾何形状を持つ問題、さらにいわゆる逆問題に適用するとその真価を発揮する。本稿では、核分裂と核融合の分野から少しずつ、筆者がこれまでに取り組んできた境界要素法解析を中心に解説を試みる。

1．はじめに　ー　境界要素法とは？

電子計算機を使って境界値問題を解く数値計算法に差分法（FDM）と有限要素法（FEM）がある。両者とも図１に示すように領域の内部をメッシュや有限要素に分割する。

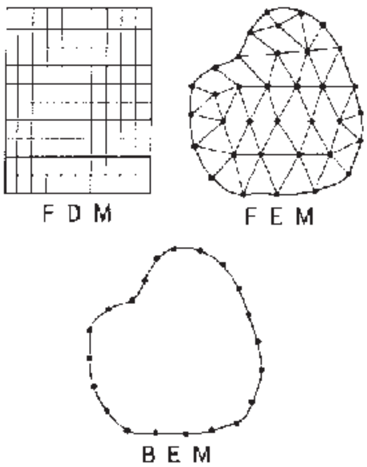

図１　差分法，有限要素法と境界要素法

これに対して境界要素法（BEM）［１］は、境界上の節点値のみに関する連立１次方程式に帰着させる。その基本原理は、境界要素法研究者の間で「相反定理」と呼ばれるグリーンの第２公式、

$$\int_\Omega \left(\psi\nabla^2\phi - \phi\nabla^2\psi\right) d\Omega = \int_\Gamma \left(\psi\frac{\partial\phi}{\partial n} - \phi\frac{\partial\psi}{\partial n}\right) d\Gamma \quad (1)$$

に基づいて支配方程式を次元の一つ少ない境界積分方程式に変換することにある。ここで、図２のように対象領域をΩ、その境界をΓ、法線方向微分を $\partial/\partial n$ としている。

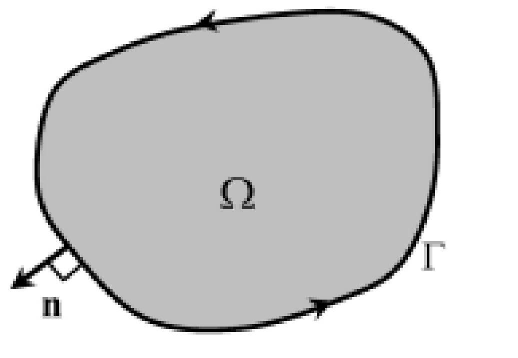

図２　対象とする領域と境界

それでは、境界要素法の利点は何か？境界のみに節点を配置すればよいから、全体の未知数が少なくて済む、したがって必要な計算機容量や計算時間を大幅に節約できる低コストの計算法である、と考えるのはフェアではない。境界要素法では後述する基本解の境界積分が計算時間の大半を占め、これが莫迦に

ならない。さらに、差分法や有限要素法における全体行列は対角線付近に非零要素が集中する疎行列であるのに対し、境界要素法の全体行列（後述の式(8)中のA）は極めて密な行列であり、行列方程式解法の効率に難がある。未知数の数が大きな問題には不向きである。このようにみると、境界要素法は差分法や有限要素法の単なる代用とはなり得ない。

境界要素法は境界要素法に向いた問題に適用してこそ、その真価を発揮する。そのような問題とは、無限大領域を含む問題、不規則な幾何形状を持つ問題、感度解析や物理的把握を意図した問題、そして、いわゆる逆問題である。筆者がこれまでに経験したその種の問題への境界要素法適用の実例を以下に核分裂と核融合から少しずつ取り上げてみる。

２．原子炉物理への適用
ー 中性子拡散方程式の解

以下の概説は簡単のため、エネルギー１群近似で中性子拡散方程式が

$$-D\nabla^2\phi + \Sigma_a\phi = S \tag{2}$$

の形式にかける場合に限定する。式(2)に対応させ、点iに置かれた点状中性子源が無限空間に形成する中性子束分布ϕ_i^*を記述する式

$$-D\nabla^2\phi_i^* + \Sigma_a\phi_i^* = D\delta_i \tag{3}$$

を補助方程式とする。$\phi_i^*(\mathbf{r},\mathbf{r}_i)$は基本解と呼ばれ、点$i$、すなわち、$\mathbf{r}_i$と境界$\Gamma$上の任意の点$\mathbf{r}$の間の距離に依存する関数である。２次元問題で$k^2=\Sigma_a/D>0$の場合は、

$$\phi_i^*(\mathbf{r},\mathbf{r}_i) = \frac{1}{2\pi}K_0(k\,|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|) \tag{4}$$

を選ぶことができる[2-4]。ここで、$K_0(x)$は第２種零次変形ベッセル関数である。

さて、式(2)(3)の両辺に各々ϕ_i^*とϕをかけたものを差し引いて領域Ωにわたって積分すれば、点iにおける中性子束は

$$D\phi_i = D\int_\Omega \left(\phi_i^*\nabla^2\phi - \phi\nabla^2\phi_i^*\right)d\Omega + \int_\Omega \phi_i^* S d\Omega \tag{5}$$

とかける。ここで公式(1)を適用すれば∇^2は法線方向微分$\partial/\partial n$に置き換わり、中性子流を$J=-D\partial\phi/\partial n$、また、$J_i^*=-D\partial\phi_i^*/\partial n$とかけば、

$$D\phi_i = \int_\Gamma (\phi J_i^* - \phi_i^* J)d\Gamma + \int_\Omega \phi_i^* S d\Omega \tag{6}$$

のように右辺第１項は境界積分に変換される[2-4]。すなわち、右辺第１項のϕとJは境界Γ上の値であり、境界Γに沿って積分していけばよい。このような式を境界積分方程式という。式(6)は対象領域Ωの内部の点iについて成立するが、左辺の頭に定数c_iを冠して

$$Dc_i\phi_i = \int_\Gamma (\phi J_i^* - \phi_i^* J)d\Gamma + \int_\Omega \phi_i^* S d\Omega \tag{7}$$

のように修正し、$c_i=1/2$とすれば滑らかな境界上でも成立する。

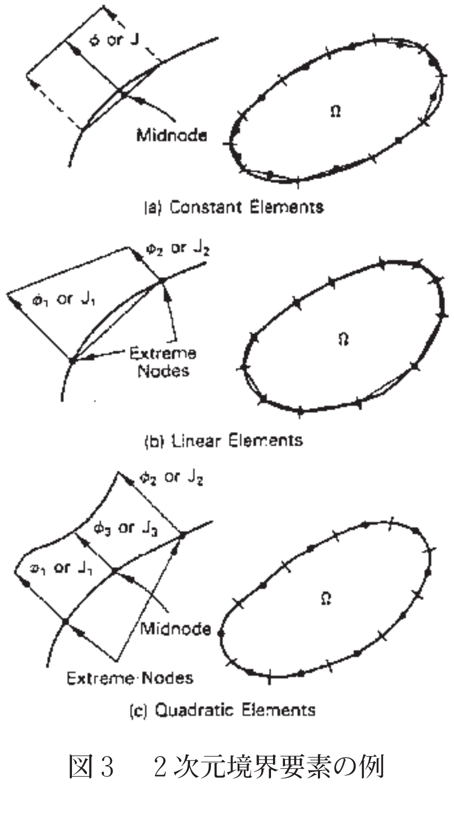

図３　２次元境界要素の例

式(7)中の境界積分を数値的に実行するに

あたり、境界形状ならびに境界上の物理量の変化を適切に近似する必要がある。この目的で、境界Γを有限個の境界要素に分割する。２次元問題では、図３に示すように粗い近似から順に、(a) 一定要素、(b) 線形要素、(c) ２次要素といった境界要素があり[1､2]、３次元問題では筆者の場合、物理量の変化と境界形状を同一の形状関数で近似する図４のアイソパラメトリック２次要素を多用している[5]。図４は無次元化されたξ−η座標で表示したものであり、実座標系では任意の曲面を自在に近似できる。境界要素は形状を規定するメッシュ点と物理量を定義する節点からなる。

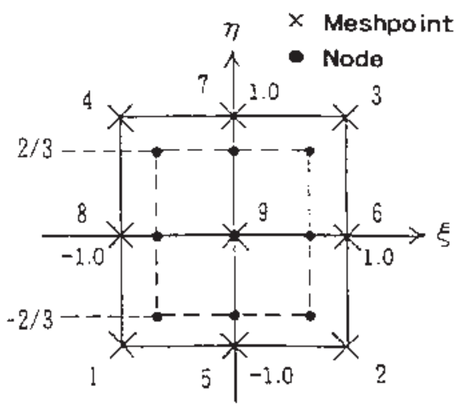

図４　３次元境界要素の例

境界Γ上に配置したＮ個の節点 i について式(7)を離散化してＮ元連立１次方程式

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{f} \tag{8}$$

に帰着させる。$\mathbf{x}$ はΓ上の ϕ と J のうち未知数を集めたベクトルである[2-4]。

さて、式(7)で中性子源分布 S に基づく項は目障りな領域積分のままである。これを等価な境界積分に変換する必要がある。一様な中性子源や減速中性子源については比較的容易に境界積分に変換できるが[2-4]、核分裂中性子源 $S = (1/k_{eff})\nu\Sigma_f\phi$ に対しては簡単ではない。未知量である中性子束分布を含み、実効増倍率 k_{eff} を探索する中性子源反復計算を要するからである。一つの方法は、中性子源分布をフーリェ級数展開してその展開係数を境界積分の漸化式で与え、中性子源反復の度に収束させるものである[6､7]。

さらに優れた手法は、高次基本解と呼ばれる関数列と相反定理の反復適用を骨子とする多重相反法（相反定理を多数回適用）というものである[8-21]。後述する式(15)の級数の収束を図るため、式(2)を中性子源反復のm回目に対して

$$-D\nabla^2\phi^{(m)} + \tilde{\Sigma}_a\phi^{(m)} = S^{(m)}$$
$$= \begin{cases} S_0 = 1.0 & (m=1) \\ \nu\Sigma_f\phi^{(m-1)}/\lambda^{(m-1)} & (m \geq 2) \end{cases} \tag{9}$$

のように変形しておく。ここに、

$$\tilde{\Sigma}_a = \Sigma_a - \nu\Sigma_f/\lambda_e \tag{10a}$$

および

$$\frac{1}{\lambda^{(m-1)}} = \frac{1}{k_{eff}^{(m-1)}} - \frac{1}{\lambda_e} \tag{10b}$$

であり、λ_e は k_{eff} の推定値である。この場合は $\tilde{\Sigma}_a/D < 0$ なので式(4)の基本解は使えない。$B^2 = -\tilde{\Sigma}_a/D > 0$ と置き、第２種零次ハンケル関数 $H_0^{(2)}(x)$ を用いれば、２次元問題での基本解は、

$$\phi_i^*(\mathbf{r},\mathbf{r}_i) = -\frac{1}{4i}H_0^{(2)}(B|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|) \tag{11}$$

となる。式(11)は複素関数であることに注意されたい。３次元問題における基本解の具体形は文献[12､15]に詳しい。

式(9)に対応した境界積分方程式は

$$Dc_i\phi_i^{(m)} = \int_\Gamma\left(\phi^{(m)}J_i^{*(0)} - J^{(m)}\phi_i^{*(0)}\right)d\Gamma + Q_i^{*(m)}, \tag{12a}$$

$$Q_i^{(m)} = \frac{1}{\lambda^{(m-1)}}\int_\Omega \nu\Sigma_f\phi^{(m-1)}\phi_i^{*(0)}d\Omega \tag{12b}$$

となり、$B_0^2 = -\tilde{\Sigma}_a/D$ とするとき、高次基本解 $\phi_i^{*(L)}$ $(L = 1, 2, 3, \cdots)$ は、

$$\nabla^2\phi_i^{*(L)} + B_0^2\phi_i^{*(L)} + \phi_i^{*(L-1)} = 0 \quad (L \geq 1) \qquad (13a)$$

$$\nabla^2\phi_i^{*(0)} + B_0^2\phi_i^{*(0)} + \delta_i = 0 \qquad (L = 0) \qquad (13b)$$

を満たす。式（12b）に式（13a）を適用すると

$$Q_i^{(m)} = -\frac{\nu\Sigma_f}{\lambda^{(m-1)}}\int_\Omega \phi^{(m-1)}\left(\nabla^2\phi_i^{*(1)} + B_0^2\phi_i^{*(1)}\right)d\Omega \qquad (14)$$

となり、1次基本解 $\phi_i^{*(1)}$ が現れる。式(14)の右辺に式(1)の相反定理を適用すると $\phi^{(m-1)}$ と $\phi_i^{*(1)}$ が入れ替わるかわりに境界積分項が新たに派生して、

$$Q_i^{(m)} = \frac{\nu\Sigma_f}{D\lambda^{(m-1)}}\left\{\frac{\nu\Sigma_f}{\lambda^{(m-2)}}\int_\Omega \phi_i^{*(1)}\phi^{(m-2)}d\Omega + \int_\Gamma\left(\phi^{(m-1)}J_i^{*(1)} - \phi_i^{*(1)}J^{(m-1)}\right)d\Gamma\right\} \qquad (15)$$

のようになるが、右辺括弧内の第1項の領域積分は式(12b)と同じ形式をしているので、以上の操作を何回か繰り返すと、結局、式(12b)は境界積分のみの級数に変換される[8-21]。なお、この多重相反法の完成に至る、筆者の研究の裏話が文献[22､23]に記されている。

2.1　無限反射体付き軽水炉の反射体境界条件

無限大領域を容易に扱えるのも境界要素法の特徴である。原子炉の臨界解析を差分法で精度良く行おうとするとき、反射体についても細かくメッシュ分割する必要があり、3次元解析では計算コストの問題が生じる。

筆者は原子力船「むつ」の炉心（core）と反射体（reflector）の境界に対して、3群の中性子束 $\{\phi\}$ と中性子流 $\{J\}$ の関係を

$$\begin{Bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & 0 & 0 \\ \beta_{21} & \beta_{22} & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} \qquad (16)$$

のように行列形式で設定して反射体中のメッシュ分割を割愛することを考えた[24､25]。

式(16)中の行列要素 β_{ij} の決定には、図5のような無限反射体を仮定し、炉心では核分裂中性子源を一様な固定中性子源で近似した境界要素法計算を行った。

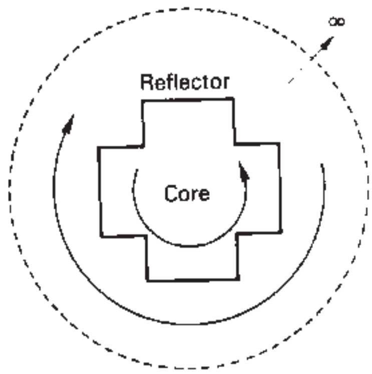

図5　炉心と無限反射体

図6の実線は反射体も含めた差分法計算（standard）による中性子束分布であり、○は反射体をメッシュ分割するかわりに式(16)を反射体境界に設定する簡略された差分法計算（short）による結果である。簡略計算の結果はstandardな計算結果と良く一致している。

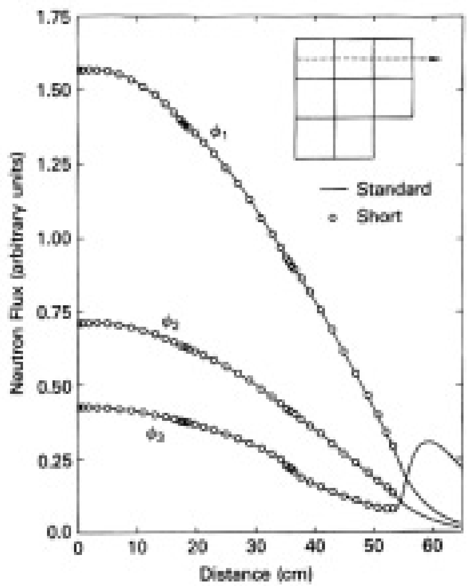

図6　「むつ」炉内の中性子束分布

2.2　不規則幾何形状に対する臨界安全解析

溶液系の臨界安全性を論じるとき、液体の不規則幾何形状に対する臨界評価は重要である。筆者は地震動に伴う溶液タンク内の液面スロッシングを想定して、図7のように溶液の不規則幾何形状をアイソパラメトリック2次要素に境界要素分割し、前述の多重相反法を用いた3次元解析を実施した[26-28]。

円筒タンクの内径をD、液面の平均高さをHとするとき、H/D比が小さいパンケーキ型の場合に液面が傾斜すると反応度を増加させ、逆にH/D比が大きいと反応度減少をもたらす。液面が水平な場合、傾斜した場合、さらに多数のH/D比について調べる必要があるが、境界要素法では入力データの作成と修正が極めて容易に成し得るから、この種の感度解析には有利である。この液面傾斜による反応度増減の閾値はH/D～0.454と解析された[28]。

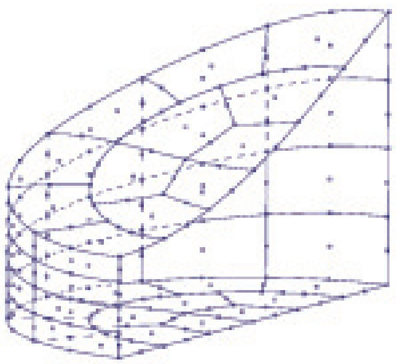

図7　スロッシング時の境界要素分割

2.3　物質組成が不均一な問題

図8(a)のように物質組成が均質な領域が複数個連結した状態を非均質(heterogeneous)、図8(b)のように物質組成が連続的に変化する場合を不均一（nonuniform）と呼ぶ。差分法や有限要素法を含め、従来は、不均一問題を多数領域に細分割した非均質問題に置き換えて解くのが常であった。

境界要素法は多くの場合、境界に囲まれた領域内の物質組成が均質であることを前提としている。しかし、筆者は核物質の核定数（断面積、拡散係数等）が連続的に変化する不均一問題の場合も厳密に臨界計算できる手法を提案している[29、30]。

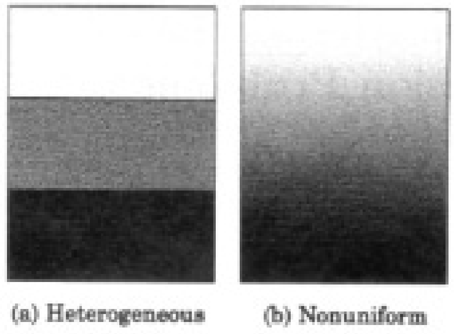

図8　非均質と不均一

そこでは核定数の場所依存性を多項式で表現し、1次以上の項を境界積分方程式の右辺非同次項に加え、かつ、それらを境界積分化することに成功している。

図9は、核分裂発生断面積 $\nu\Sigma_f$ が高さ方向に $0 \le y\,(\mathrm{cm}) \le 100$ の範囲で

$$\nu\Sigma_f(y) = 0.0119739 - f\cdot\left(\frac{y-50}{50}\right) \qquad (17)$$

のように連続的に変化するときの中性子束分布を、係数 f の値をパラメータに描いている。

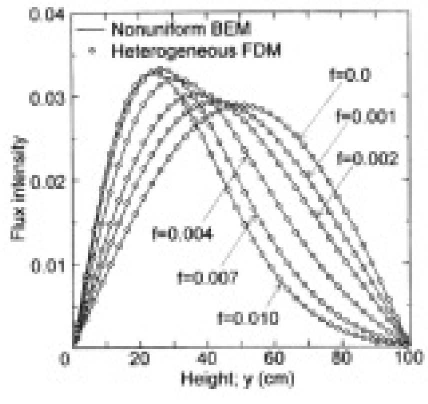

図9　不均一核定数による中性子束の歪

実線が不均一領域に対して境界要素法で解いたもの、○は100cmの区間を50個の小領域に分割して非均質問題として差分法で解いたものである。両者はよく一致している。式

(17)で与えた不均一性を非均質問題にデフォルメせずに解析できるところにこの手法の意義がある。臨界安全性の観点からの核物質の不均一性、動力炉における燃焼度分布の不均一性に伴う効果を調べるのに有益と考えられる。

3．核融合分野への適用
ー　プラズマ境界形状等の逆解析

核融合装置のプラズマ境界形状やプラズマ電流分布を知ることは運転制御上およびプラズマの平衡を診断する立場から重要である。しかし、核融合プラズマは通常1億度を超える高温であるから、プラズマ内にセンサーを挿入することは不可能である。このため、プラズマ外部に設置された少数個の磁気センサーの信号に基づいてコンピュータ解析を通じてプラズマの境界形状や電流分布を間接的に推定する手法がとられる。これは観測によって得られる僅かな情報から現象の原因を探るという、いわゆる逆問題の典型例となる。

3.1　トカマク型装置への応用例

逆問題の観点からは、栗原博士のコーシー条件面法[31]は画期的である。トカマク装置内でプラズマ電流が流れていると想像される領域の内部に解析上、コーシー条件面（CCS）と呼ばれるトーラスを図10のように設定する。CCS上に、磁束（ディリクレ条件）とその法線方向微分値（ノイマン条件）が共に未知（二つの条件を併せて「コーシー条件」という）とする節点を配置する。

実際にはプラズマ中を電流が流れるが、磁場形成に与えるプラズマ電流の効果をコーシー条件で代用し、真空磁場を仮定する。磁場センサー、磁束ループの位置およびCCS上に設置した節点を特異点とする境界積分方程式を連立させる。トカマク装置内の電流密度や磁場の分布はトロイダル方向に変化しない、いわゆる軸対称と考えられるので、解析は2次元境界要素法で充分である。CCSを境界要素分割し、のべ6個の節点を設けている。

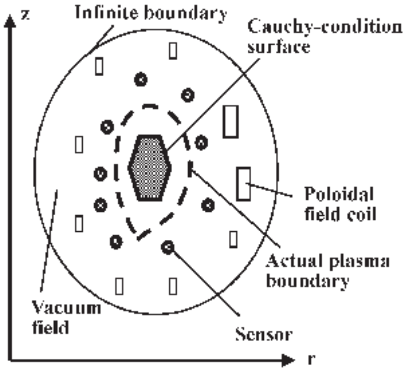

図10　コーシー条件面法

コーシー条件が既知となれば、これに基づいて磁束の分布が計算できる。この磁束分布はプラズマ領域では正しい解を与えないが、プラズマ境界とその外側では真の解に一致することが数学的に証明されている[32]。図11は、トカマク型装置JT60Uに対して筆者が逆解析した磁束分布であり[33]、最も外側の閉曲線がプラズマの境界を与える。

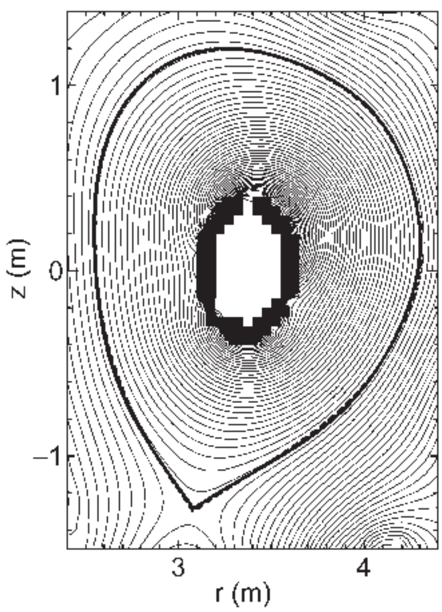

図11　磁束分布とプラズマ境界

CCS法はさらに、図12に示すようにプラズマ境界に沿ったポロイダル磁場の値も与えることができる[33]。そうすると今度はプラズマ電流密度の分布も逆解析できる。

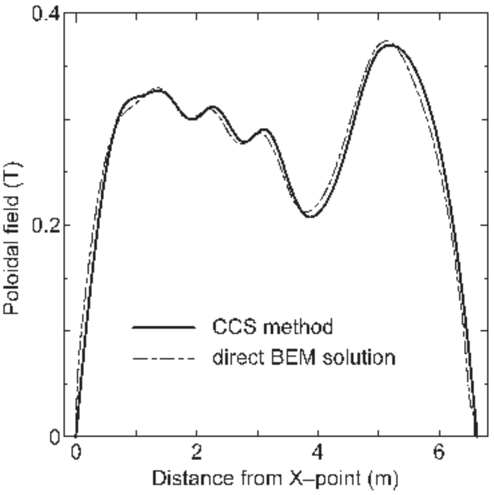

図12　プラズマ境界に沿ったポロイダル磁場

電流密度のトロイダル方向成分を

$$\mu_0 r\, j_\varphi \approx \sum_{l,m} \alpha_{l,m} r^l z^m. \quad (l \geq 0,\, m \geq 0) \tag{18}$$

のように r と z の多項式で近似すると、プラズマ境界上の磁束 ψ は次の境界積分方程式

$$c_i\psi_i - \int_\Gamma \left(\frac{\psi^*}{r}\frac{\partial \psi}{\partial n} - \frac{\psi}{r}\frac{\partial \psi^*}{\partial n} \right) d\Gamma$$
$$= \sum_{l,m} \alpha_{l,m} \left\{ c_i \varphi_i^{(l,m)} - \int_\Gamma \left(\frac{\psi^*}{r}\frac{\partial \varphi^{(l,m)}}{\partial n} - \frac{\varphi^{(l,m)}}{r}\frac{\partial \psi^*}{\partial n} \right) d\Gamma \right\} \tag{19}$$

でかかれる[33]。軸対称プラズマの平衡を記述するグラッド・シャフラノフ方程式に基づく式(19)の導出と境界要素法計算の技法については、文献[34-37]に詳しい。式(19)で、基本解 ψ^* は２種類の完全楕円積分の線形結合で記述され、$\varphi^{(l,m)}$ は単項式 $r^l z^m$ に対する特解であり、いずれも未知量ではない。先のCCS法解析の結果、磁束 ψ とポロイダル磁場に対応する $\partial\psi/\partial n$ は既知となっているから、式(19)中の未知数は展開係数 $\alpha_{l,m}$ のみである。

したがって、式(19)を離散化して $\alpha_{l,m}$ について解けば、式(18)にしたがってプラズマ電流密度分布を計算できる。ただし、式(19)はプラズマの平衡条件を含まないので、それを他の幾つかの拘束条件と共に加味して $\alpha_{l,m}$ を決定する。図13(a)と図13(b)の実線はこうして得た電流密度と磁束の分布であり、破線が正解である。結果は極めて良好である[33]。

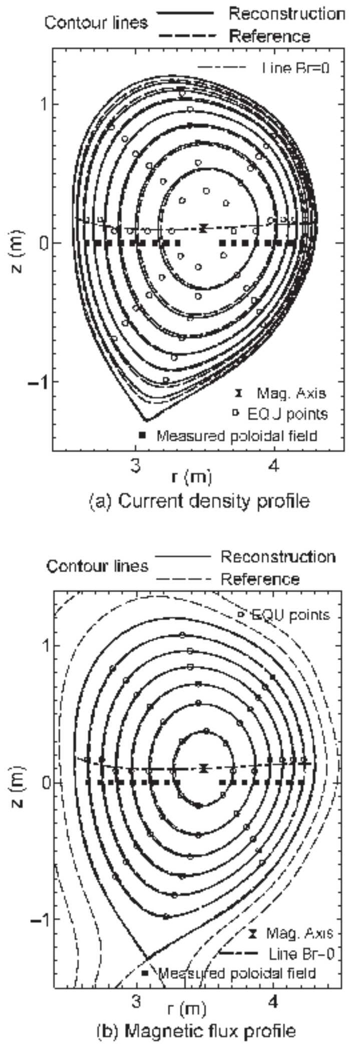

図13　逆解析された電流密度分布と磁束分布

3.2　ヘリカル型装置への応用例

次に、大型ヘリカル型装置（LHD）の非軸対称プラズマに対して筆者が開発した３次元コーシー条件面法について紹介する。これは２次元CCS法の単純な拡張ではない。トカ

マク型における磁束関数 ψ は $\mathbf{B}\cdot\nabla\psi=0$ を満たす磁気面関数でもあるので、ψ の等高線を描くだけでプラズマ境界を同定できる。しかし、非軸対称プラズマについて磁気面関数を定義することは困難である。

筆者の３次元CCS法では、CCS上のベクトル・ポテンシャルを未知数とする３次元ラプラス方程式を境界要素法で解き、３次元磁場分布を得て磁力線追跡に繋ぐ［38-41］。

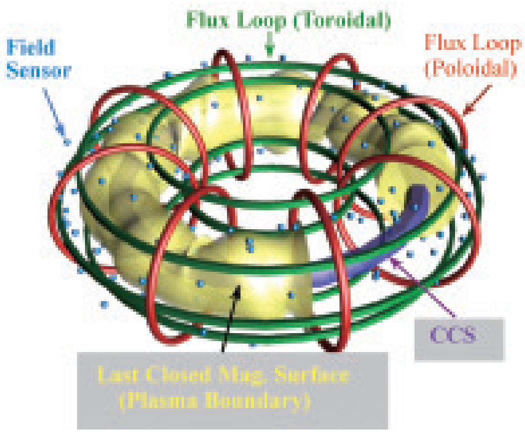

図14　３次元CCS法のイメージ

解析に用いた各種磁気センサーの配置のイメージを図14に示す。CCSは図15のように断面が楕円状で真空容器形状のトロイダル方向の変化に追従させた「ひねりCCS」を採用した［41］。LHDはトロイダル方向に１/10回転対称性を持つので、36度分のCCSを48個のアイソパラメトリック２次境界要素に分割した。

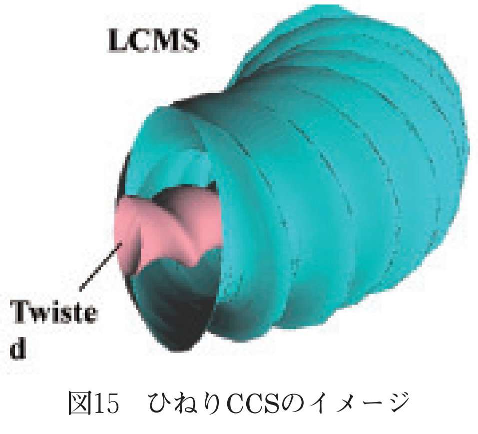

図15　ひねりCCSのイメージ

逆解析された磁場分布のうち、いわゆる横長断面における磁場の r 方向成分 B_r を図16(a)に示す。これは、図16(b)に示す３次元電磁流体平衡計算コードHINT２［42］による基準解と傾向がよく似ている［41］。

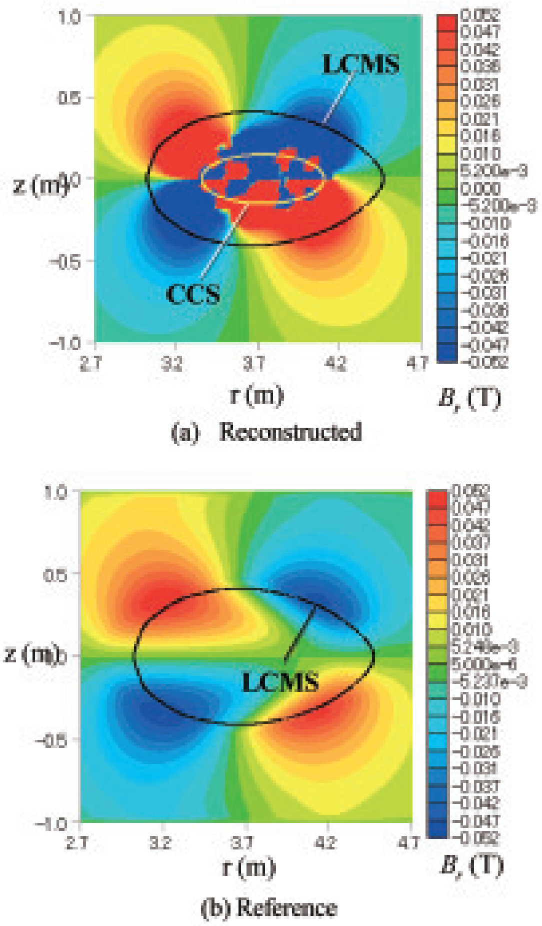

図16　逆解析された B_r と基準解

逆解析された磁場分布に基づき、出発点を

$$r=4.30+0.01k \text{ in [m]} \quad \text{with } k=0,1,\cdots,40 \tag{20}$$

$z=0.0\text{m}$ and $\varphi=18°$ とする磁力線追跡を行い、図17のようなポアンカレ・プロットを得た。図17の色調は出発点の r 座標 r_{start} に対応しており、これは磁気面関数に相当する。数値的な平滑処理を施すと最も外側で閉じた曲面（最外殻磁気面　LCMS；トカマク型のプラズマ境界に相当）は $r_{start}=4.47m$ と判定された。図18に示すように、逆解析された最外

殻磁気面は基準解とほぼ一致している［41］。

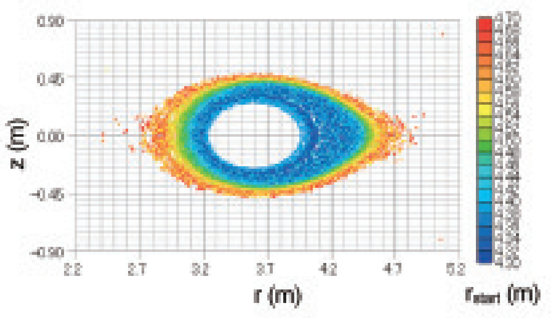

図17　ポアンカレ・プロット

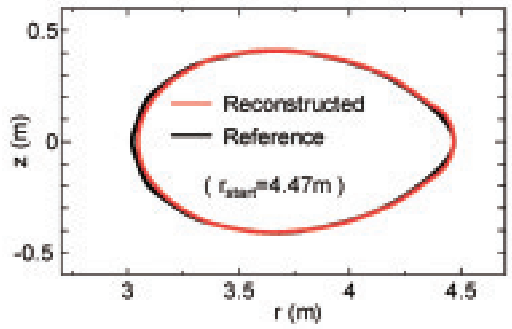

図18　最外殻磁気面の逆解析結果

4．結び

以上、筆者の経験に基づいて境界要素法の応用例を概観した。不規則幾何形状、無限大領域、さらに逆問題など、境界のみをモデル化すればよい境界要素法だからこその真価を発揮できるのはどのような問題なのか、幾らかでも理解の助けになったであろうか？個々の工学問題を支配する方程式が異なっても、境界要素法プログラムの根幹部分の構造に大きな差異はない。極論すれば、支配方程式を満たす基本解のみをすり替えれば、たいがいの工学問題に応用可能なことが境界要素法の特徴である。境界要素法が読者の抱えている問題の助けになることがあれば幸甚である。

参考文献

［1］C.A. Brebbia, *The Boundary Element Method for Engineers,* Pentech Press, London, 1978,（神谷紀生ほか共訳「境界要素法入門」、培風館、1980）.

［2］M. Itagaki, *J. Nucl. Sci.* Technol., **22**[6], 565, 1985.

［3］M. Itagaki, *Engng. Anal.*, **4**[4], 190, 1987.

［4］M. Itagaki and C.A. Brebbia, *Proc. 10th Int. Conf. on BEM,* Southampton, Computational Mechanics Publications, Southampton, Vol.2, p.45, 1988.

［5］M. Itagaki and N. Sahashi, *J. Nucl. Sci. Technol.*, **33**[1], 7, 1996.

［6］M. Itagaki and C.A. Brebbia, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **8**[5], 239, 1991.

［7］M. Itagaki and C.A. Brebbia, *Proc. 14th Int. Conf. on BEM,* Sevilla, Computational Mechanics Publications, Southampton, Vol.1, p.25, 1992.

［8］M. Itagaki and C.A. Brebbia, *Boundary Elem. Abstracts and Newsletter,* **3**[2], 67, 1992.

［9］M. Itagaki and C.A. Brebbia, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **10**[4], 345, 1992.

［10］M. Itagaki and C.A. Brebbia, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **11**[1], 39, 1993.

［11］M. Itagaki and C.A. Brebbia, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **11**[1], 87, 1993.

［12］M. Itagaki, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **15**, 289, 1995.

［13］M. Itagaki and N. Sahashi, *J. Nucl. Sci. Technol.*, **33**[2], 101, 1996.

［14］M. Itagaki, S. Nishiyama, S. Tomioka and T. Enoto, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **20**[2], 113, 1997.

［15］M. Itagaki, S. Tomioka, S. Nishiyama and T. Enoto, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **20**, 63, 1997.

[16] M. Itagaki and N. Sahashi, *J. Nucl. Sci. Technol.*, **34**[7], 655, 1997.

[17] M. Itagaki and C.A. Brebbia, Chapter 6 in *The Multiple Reciprocity Boundary Element Method,* Computational Mechanics Publications, Southampton, 1994.

[18] M. Itagaki, Y. Miyoshi and H. Hirose, *Nucl. Technol.*, **103**[3], 392, 1993.

[19] M. Itagaki and C.A. Brebbia, *Proc. 5th Japan-China Symposium on BEM,* Sapporo, Elsevier Science Publications, Amsterdam, p.79, 1993.

[20] M. Itagaki, T. Enoto, M. Narita, *Proc. 21st Int. Conf. on BEM,* Oxford, 1999, WIT Press, Southampton, p.697, 1999.

[21] M. Itagaki, *Proc. 5th Int. Conf. on Nuclear Criticality Safety,* Albuquerque, Vol.1, p.6-25, 1995.

[22] 板垣正文,“Beauty of Singularity― 境界要素法に魅せられて20年”、*日本原子力学会誌*、**44**[６]、481、2002.

[23] 板垣正文、“私のEUREKA―　中性子拡散方程式解法としての多重相反境界要素法の収束安定性を確立するまで”、*炉物理の研究*、**54**、2002

[24] M. Itagaki and C.A. Brebbia, *Nucl. Sci. Eng.*, **107**, 246, 1991.

[25] M. Itagaki and C.A. Brebbia, *Proc. 12th Int. Conf. on BEM,* Sapporo, Computational Mechanics Publications, Southampton, Vol.1, p.227, 1990.

[26] M. Itagaki, Engng. *Anal. Boundary Elem.*, **26**[9], 807, 2002.

[27] M. Itagaki, *Proc. 22nd Int. Conf. on BEM,* Cambridge, WIT Press, Southampton, p.165, 2000.

[28] 山根祐一、板垣正文、佐橋直樹、JAERI-Tech 96-018, 1996.

[29] M. Itagaki, S. Nisiyama, S. Tomioka and T. Enoto, *J. Nucl. Sci. Technol.*, **36**[3], 273, 1999.

[30] M. Itagaki, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **24**, 169, 2000.

[31] K. Kurihara, *Fusion Eng. Des.*, **51-52**, 1049, 2000.

[32] K. Kurihara, *Nucl. Fusion.*, **33**, 399, 1993.

[33] M. Itagaki, S. Yamaguchi and T. Fukunaga, *Nucl. Fusion,* **45**, 153, 2005.

[34] M. Itagaki, J. Kamisawada, S. Oikawa, *Nucl. Fusion,* **44**, 427, 2004.

[35] M. Itagaki and T. Fukunaga, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **30**, 747, 2006.

[36] M. Itagaki and H. Shimoda, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **33**, 845, 2009.

[37] M. Itagaki, K. Nakada, H. Tanaka and A. Wakasa, *Engng. Anal. Boundary Elem.*, **33**, 1258, 2009.

[38] M. Itagaki, T. Maeda, T. Ishimaru, G. Okubo, K. Watanabe, R. Seki and Y. Suzuki, *Plasma Phys. Control. Fusion,* **53**[10], 105007, 2011.

[39] M. Itagaki, T. Maeda, A. Wakasa, K. Watanabe, *Proc. 31st Int. Conf. on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods, Southampton, WIT Press, Southampton,* p.397, 2009.

[40] M. Itagaki, T. Ishimaru, K. Watanabe, *Proc. 32nd Int. Conf. on Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods,* Southampton, WIT Press, Southampton, p.133, 2010.

[41] M. Itagaki, G. Okubo, M. Akazawa, Y. Matsumoto, K. Watanabe, R. Seki and Y. Suzuki, *Plasma Phys. Control. Fusion,* **54**, 125003, 2012.
[42] Y. Suzuki, N. Nakajima, K. Watanabe, Y. Nakamura and T. Hayashi, *Nucl. Fusion,* **46**, L19, 2006.