水平層状二相流における界面成長及び変形の格子ボルツマンシミュレーションの紹介

Introduction of Lattice Boltzmann Simulation for Interfacial Growth and Deformation in Horizontal Stratified Two-phase Flow

日本原子力研究開発機構
システム計算科学センター
海老原　健一

格子ボルツマン法は、流動現象を粒子分布の運動によって表現する手法であり、その二相流体モデルは、二相界面の複雑な形状変化を比較的容易にシミュレーションすることが可能である。本報告では、格子ボルツマン法の二相流体モデルによる水平層状二相流における界面成長及び界面からの液滴発生のシミュレーション、さらに、その結果による流動様式線図や相関式の再現について紹介する。

１．はじめに

数値解析による二相流動の挙動予測は、原子炉の安全な設計及び運転において、欠くことのできない技術の１つである。これまで、二相流の数値解析は、連続体の方程式である流体力学方程式（連続の式、Navier-Stokes方程式）の離散化によってなされている。しかし、そのような数値解析では、二相界面や壁面における境界条件が、実験結果の考察から与えられるため、解析結果は実験の精度に依存することとなる。また、実験や測定が困難な状況においては、既存の実験結果から推定によって条件を与えるため、推定誤差も含まれる。よって、二相流動の数値解析では、さまざま条件における流動状態を、より高精度に予測するための計算手法の開発が望まれている[1]。

連続体の方程式に基づく数値解析手法（巨視的手法）の対極として、分子動力学法等の粒子法（微視的手法）による数値流動解析が考えられる。そのような手法では、微視的な物理の基本原理に基づいた二相流動解析が可能と思われる。しかし、原子分子スケールの粒子による二相流現象をシミュレーションすることは、現在の計算機性能では不可能であり、また仮に可能であっても、その結果は、必要以上に微細な情報を与えると考えられる。

このような状況において、巨視的手法と微視的手法の特徴を併せ持つメソスコピックな流動解析手法として、格子ガス法[2]、格子ボルツマン法[3]に代表される格子法が提案された。メソスコピックな格子法では、空間を離散化する格子上での粒子又は粒子分布の時間発展によって流動を表現するため、微視的手法ほどの計算資源を必要とせず、粒子的性質により、微視的な物理の基本原理に基づき、二相流体を表現する手法への拡張が可能である。このことから、この手法の二相流体モデルは、界面に対する特別な考慮をすることなく、界面の消滅や生成、運動を再現することが可能であり、二相流動現象を解析する可能性を持つモデルと考えられる。

メソスコピックな格子法の１つである格子ガス法[2]は、1986年、Frisch，Hasslacher，Pomeauによって提案されたモデル（FHPモ

デル）[4]が、格子上の粒子集団がNavier-Strokes方程式に従う流体を表現することが明らかになったため、流動現象へ適用されるようになった。当初、格子ガス法は、2次元六角格子のモデルであったが、その後、六角格子と同様の性質を3次元空間で実現したFCHC格子により3次元化[5]され、また、同種粒子間の長距離相互作用の導入による一成分二相流体モデル[6]、異種粒子間の反発作用の導入による二成分二相流体モデル[7]にも拡張された。これらの二相流体モデルは、二相への自発的な相分離を安定に再現することが可能であることから、二相界面の複雑な形状変化を伴う二相流シミュレーションへの適用が期待された。しかし、粒子そのものを用いていることから、巨視的物理量（密度や流速など）を得るのに粗視化が必要であり、そのため大きな計算格子を必要とする。また、物理量の非等方性等の問題も存在することも明らかとなった[8、9]。これらのことから、格子ガス法の二相流体モデルは、実験結果と比較できる二相流シミュレーションを行うためには、未だ不十分な手法であると考えられる。

格子ボルツマン法[4]は、格子ガス法の粒子的性質を残しつつ、それに含まれるいくつかの問題点を除去するため、格子ガス法の統計平均によって得られた手法であり、1988年に提案された[10]。格子ボルツマン法では、平均操作の結果、粒子の代わりに粒子分布の時間発展が流動を表現している。また、流体力学方程式の導出に対する格子の制限が厳しくないため、格子ガス法より容易に3次元化が可能である。格子ボルツマン法も、その粒子的性質を生かし、格子ガス法と同様、二相流体モデルへの拡張が可能であり、一成分二相流体モデル[11~16]、二成分二相流体モデル[17、18]が提案されている。一成分二相流体モデルについては、拡張の方法によって、いくつかのモデルが提案されているが、いずれのモデルも、van der Waalsの気液理論[19]で説明される相分離現象を再現することができる。さらに、1997年には、希薄粒子の解析に用いられるボルツマン方程式を特殊な方法で離散化することによって、格子ボルツマン法の方程式（格子ボルツマン方程式）を導出することが可能であることが示され[20]、その手法を粒子間相互作用を含んだボルツマン方程式に適用し、一成分二相流体モデルの格子ボルツマン方程式を得られることが示された[21]。この離散化法による格子ボルツマン方程式の導出は、それまでの方法より明確であり、数学公式[22]によって離散化誤差を見積もることも可能である。また、相を表す指数関数に対する新たな分布関数を導入し、一成分二相の相分離の数値計算において避けることができない相間の密度差に起因する数値誤差を軽減するモデルが、1999年に、He, Chen, Zhangによって提案（HCZモデル）され、比較的密度差が大きな二相の複雑に変形する界面現象をシミュレーションすることも可能となった[16]。以下では、このHCZモデルを用いた二相流シミュレーション、特に水平層状二相流の界面成長及び変形に関するシミュレーションについて紹介する。

2．HCZモデル

まず前節で述べたHCZモデルについて簡単に説明する。HCZモデルは、密な粒子分布に関する衝突項をもつボルツマン方程式（Enskog方程式[23]）に粒子間引力項を付加した方程式を離散化することによって得られる。離散化される方程式は、元の分布関数に対する方程式と、密度差に起因する数値誤差を軽減するために導入した分布関数に対する方程式の2本である。また、各相に非圧縮性仮定を課して離散化される。得られた式は、

$$\bar{f}_\alpha(\mathbf{x}+\mathbf{e}_\alpha\delta_t, t+\delta_t)-\bar{f}_\alpha(\mathbf{x},t) = -\frac{1}{\tau+1/2}\left(\bar{f}_\alpha - f_\alpha^{eq}\right)+\delta_t\frac{\tau}{\tau+1/2}\frac{(\mathbf{e}_\alpha-\mathbf{u})\cdot\nabla\psi(\phi)}{RT}f_\alpha^{eq},$$

$$\bar{g}_\alpha(\mathbf{x}+\mathbf{e}_\alpha\delta_t, t+\delta_t)-\bar{g}_\alpha(\mathbf{x},t)$$
$$=-\frac{1}{\tau+1/2}\left(\bar{g}_\alpha-g_\alpha^{eq}\right)+\delta_t\frac{\tau}{\tau+1/2}(\mathbf{e}_\alpha-\mathbf{u})\cdot$$
$$\left(\Gamma_\alpha(\mathbf{u})(\mathbf{F}_s+\mathbf{G})-(\Gamma_\alpha(\mathbf{u})-\Gamma_\alpha(0))\nabla\psi(\rho)\right)$$

となる。ここで、$\bar{f}_\alpha(\mathbf{x},t)$、$\bar{g}_\alpha(\mathbf{x},t)$ は、時刻 t の格子点 $\mathbf{x}$ における α 方向の粒子分布関数を表す。分布関数の方向は、1つの格子点から隣接する格子点へ粒子分布が移動可能な方向を表し、このモデルでは、1つの格子点から27方向のベクトル（粒子速度ベクトル：$\mathbf{e}_\alpha$）を持つ格子を用いる（図1）。

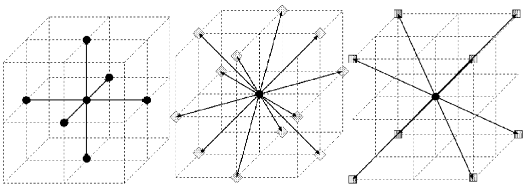


図1：粒子速度ベクトル（ベクトルの大きさによって分けて表示している。）

この格子の格子間隔は、気体定数R、温度T、時間離散定数 δ_t によって、$\delta=\sqrt{3\mathrm{RT}}\delta_t$ と表される。また、f_α^{eq}、g_α^{eq} は、平衡分布関数を表しており、それぞれ、

$$f_\alpha^{eq}=\phi\Gamma_\alpha(\mathbf{u}),$$

$$g_\alpha^{eq}=\phi\Gamma_\alpha(0)+(\Gamma_\alpha(\mathbf{u})-\Gamma_\alpha(0))\rho RT,$$

$$\Gamma_\alpha(\mathbf{u})=\omega_\alpha\left[1+\frac{\mathbf{e}_\alpha\cdot\mathbf{u}}{RT}+\frac{\mathbf{e}_\alpha\cdot\mathbf{u}}{2(RT)^2}-\frac{\mathbf{u}^2}{2RT}\right]$$

で与えられる。ここで、ω_α は各方向に対する重み係数であり、$\omega_\alpha=8/27\ (|\mathbf{e}_\alpha|=0)$, $2/27\ (|\mathbf{e}_\alpha|=\delta)$, $1/54\ (|\mathbf{e}_\alpha|=\sqrt{2}\delta)$ $1/216\ (|\mathbf{e}_\alpha|=\sqrt{3}\delta)$ の値をとる。粒子間ポテンシャル $\psi(\phi)$ は、状態方程式から、ϕ は指標関数を用いて、

$$\psi(\phi)=\phi RT\left(\frac{1+\phi+\phi^2-\phi^3}{(1-\phi)^3}-1\right)-12RT\phi^2$$

と与えられる。指標関数は、分布関数から $\phi=\sum_\alpha\bar{f}_\alpha$ と計算される。流速 $\mathbf{u}$、及び圧力 p、も、それぞれ、分布関数から

$$\mathbf{u}=\frac{1}{\rho RT}\sum_\alpha\mathbf{e}_\alpha\bar{g}_\alpha+\delta_t\frac{1}{2\rho}\left(\mathbf{F}_s+\mathbf{G}\right),$$

$$p=\sum_\alpha\bar{g}_\alpha-\delta_t\frac{1}{2}\mathbf{u}\cdot\nabla\psi(\rho)$$

と計算される。ここで、$\mathbf{F}_s=\kappa\rho\nabla\nabla^2\rho$、$\mathbf{G}=\rho\mathbf{g}$ は、それぞれ、界面張力に関する力の項、重力項を表す（κ は界面張力の強さに関する係数）。密度は ρ、指標関数を用いて、

$$\rho(\phi)=\rho_l+\frac{\phi-\phi_l}{\phi_h+\phi_l}(\rho_h-\rho_l)$$

と計算される。ここで、ϕ_l、ϕ_h、ρ_l、ρ_h は、それぞれ低密度相（l）及び高密度相（h）に対する指標関数及び密度である。また、緩和時間 τ は、各相に対して与えることができ、各相の動粘性係数と、$\nu_h=\tau_h\delta_t RT$、$\nu_l=\tau_l\delta_t RT$ のように関係する。このモデルでは、重力加速度 g、界面張力の強さを表す係数 κ、各相の密度 ρ_l、ρ_h、動粘性係数 ν_h、ν_l、格子間隔 δ_l を独立な計算パラメータとして与えることが可能であり、このパラメータを変えることで、実験結果と比較可能な二相流シミュレーションが可能と考えられる。

このモデルの界面特性及び二相流シミュレーションへの適用可能性については、液滴及び気泡挙動に関するシミュレーションによって調べられた。静止気泡及び液滴のシミュレーションから、図2に示すように、界面付近の密度分布は、Gibbsのdividing surface[24]と同様な分布を示しており、界面張力はLaplace則[25]を満足している。さらに、気泡上昇及び液滴落下のシミュレーションでは、気泡及び液滴の形状が、Graceの実験相関図[26]をほぼ再現（図3）しており、終端速度に関するReynolds数も相関図から得られる値となっている（図4）。

これらの結果から、HCZモデルは、二相流の数値シミュレーションへ適用可能であると考えられる。よって、以下では、HCZモデルを3次元の水平層状二相流へ適用し、その妥当性、界面成長及び変形について調べた。水

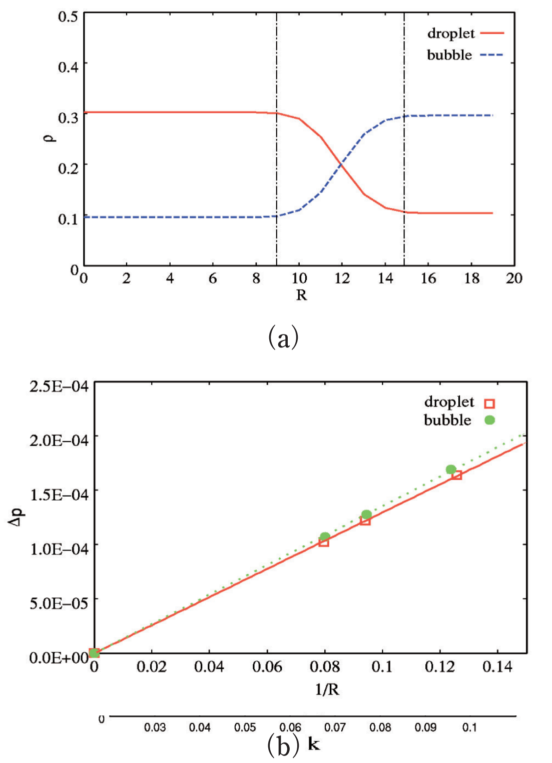


図２：(a)界面付近の密度分布及び(b)Laplace則

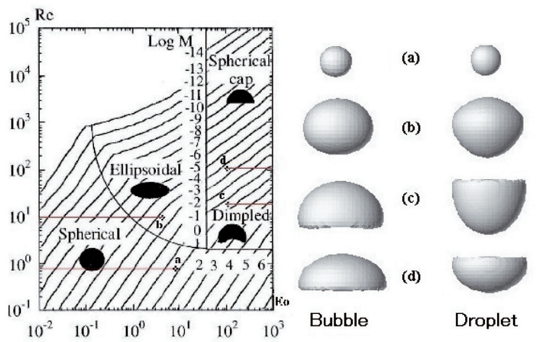


図３：落下液滴及び上昇気泡の形状とGraceの実験相関図との比較

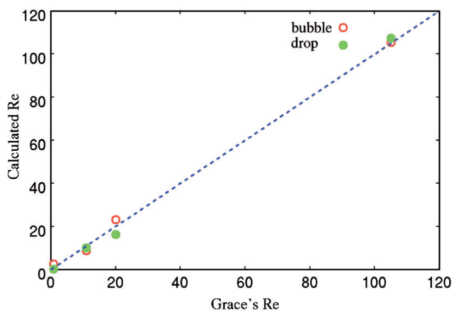


図４：Graceの実験相関図及びシミュレーションから得られたReynolds数の比較

平層状二相流は、二相流の分野において基本的かつ重要であり、さらに、実際の状況においてもしばしば現れる流動様式である[27]。また、これまで格子ボルツマン法による数値解析の例がほとんど見られていない流動様式でもある。

3．水平層状二相流シミュレーション

3．1．シミュレーション条件

以下における３次元水平層状二相流シミュレーションは、すべて、基本的に図５に示す条件で行った。

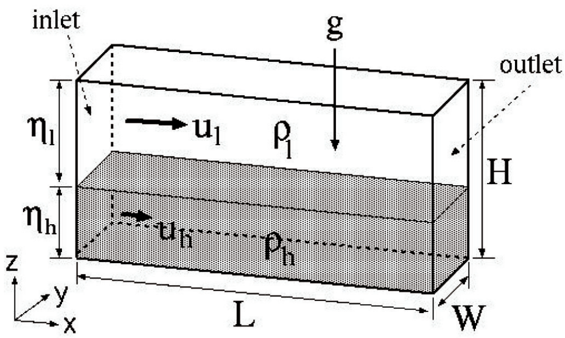


図５：水平層状二相流のシミュレーション条件

上下及び左右方向の壁境界条件は、粘着壁境界またはすべり壁境界を、それぞれのシミュレーションに応じて用いる。また、流入流出境界も、それぞれの場合の条件を用いる。格子ボルツマン法の場合、その粒子的性質からこれらの境界条件は、特有な取り扱いが必要である。粘着壁条件は、壁上の粒子分布関数の向きを反転させることにより実現され、すべり壁境界条件は、鏡面反射させることによって実現される[3]。また、流入流出境界では、計算格子の外から内に進入する粒子分布関数を与える必要がある。しかし、このような境界では、流体の密度や流速、圧力の巨視的物理量のみが条件として与えられるため、それらから、すべての進入する粒子分布関数を一義的に決定することは、原理的に不可能である。よって、ここでの計算では、境界上

で与える巨視的物理量から計算される平衡分布関数によって、進入する分布関数を近似して与える。

3．2．Kelvin-Helmholtz不安定性の検証

２.節では、液滴や気泡のシミュレーションによってHCZモデルの二相流数値計算への適用可能性を調べた。水平層状二相流において、その界面の成長及び流動様式変化を引き起こす基本的機構は、Kelvin-Helmholtz不安定性[27]であり、HCZモデルの界面もこの機構を再現できることが、界面現象に関する更なるシミュレーションの前提となる。よって、まず、HCZモデルの界面がKelvin-Helmholtz不安定性の理論を満足することをシミュレーションによって検証した。

Kelvin-Helmholz不安定性は、気相と液相の流速差（$du = u_l - u_h > 0$）が大きくなることによって、二相界面上の波が不安定化し、成長する機構であり、２次元の場合、その臨界流速差 du_c^{th} は、

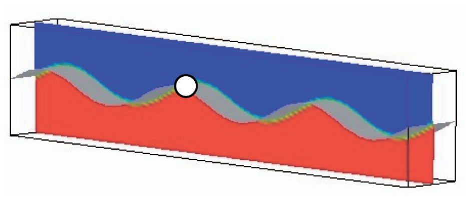
$$du_c^{th} = \sqrt{\frac{(\rho_h^2 - \rho_l^2)}{\rho_h \rho_l} \frac{g}{k} \tanh(k\frac{H}{2})}$$

によって与えられる[27]。ここで、κ は波数を表す。３次元の場合は、臨界流速差の理論解析的結果は得られていないので、流路幅方向を平均化したNavier-Stokes方程式に対して、２次元のKelvin-Helmholz不安定性理論を適用したEular-Darcy解析[28]から得られた結果、

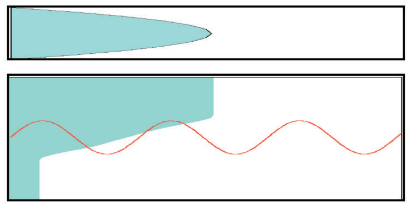
$$du_c^{th} = \sqrt{\frac{(\rho_h + \rho_l)^2}{\rho_h \rho_l} \left[\frac{(\rho_h - \rho_l)}{\rho_h + \rho_l} \frac{g}{k} \tanh(k\frac{H}{2}) - \frac{36\nu^2}{W^4 k^2} \right]}$$

を理論結果として用いた。

シミュレーションでは、成長を引き起こすときの流速差（臨界流速差）を評価し、上記の理論結果と比較し、HCZモデルの界面について検証を行った。密度及び流速分布の初期状態は、図6に示すように与え、計算パラメータは、$H = 40$、$L \approx 3(2\pi / k)$、$W = 1 \sim 39$、$\rho_l = 0.1$、$\rho_h = 0.3$、$g = 1.0 \times 10^{-5}$、$\sigma = 0.0$、$\nu = 0.01$、波の振幅 $A = 5.0$ を用いた。上下壁はすべり壁条件、左右壁は粘着壁条件とした。流入境界では、界面が正弦波で変化する密度分布と、初期分布と同じ流速分布を与え、流出境界では、一格子上流の格子点の巨視的物理量を用いた。



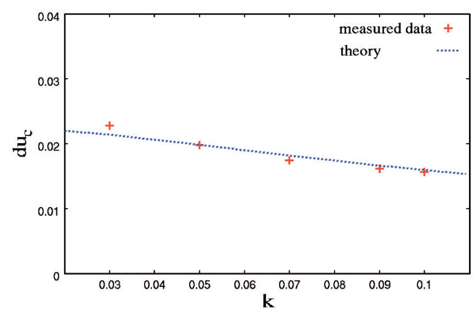
(a)



(b)

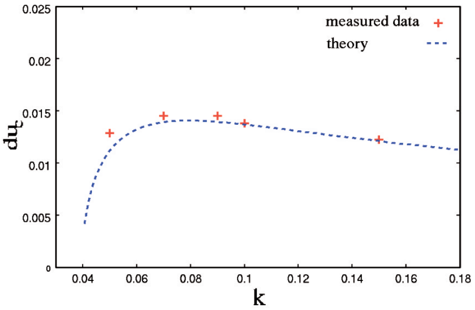
図６：(a) 初期密度分布（青：低密度相、赤：高密度相、灰色：二相の平均密度を持つ格子点によって現された界面） (b) 初期流速分布（上図：幅方向、下図：高さ方向）

シミュレーションでは、図６(a) の○で表された波の頂点の高さを、二相のさまざまな流速差に対して測定し、それにより得られた波の成長率と流速差の関係の外挿から、成長率が０となる時の流速差を臨界流速差として

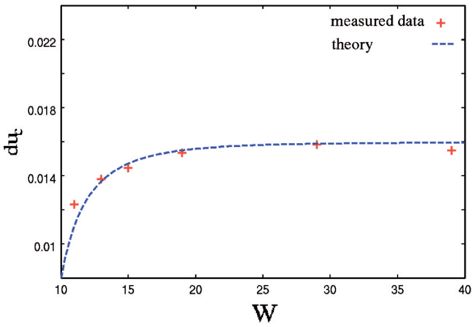


(a)

評価した。その結果を図７に示す。



（b）



（c）

図７：シミュレーション結果とKelvin-Helmholtz不安定性理論との比較
（a）　臨界流速差と波数の関係（2次元）
（b）　臨界流速差と波数の関係（3次元）
（c）　臨界流速差と流路幅の関係（3次元）

この図において、いずれの場合もシミュレーション結果は、破線で示された理論曲線をほぼ再現していること見られる。よって、HCZモデルの界面は、Kelvin-Helmholtz不安定性を再現可能であることが検証された[29]。

３．３　Taitel-Duklerの流動様式線図の再現

3.2　節では、HCZモデルの界面がKelvin-Helmholtz不安定性理論を満足することが示された。ここでは、二相流分野において重要な流動様式線図の１つであるTaitel-Dukler の流動様式線図[30]の再現について記述する。

Taitel-Duklerの流動様式線図（T-D線図）は、主に理論的考察によって導かれた線図であり、水平管内を流れる二相流の界面形状（流動様式）と各相の流動条件を表す無次元数との相関を整理している。断面が矩形の水平管内に対するT-D線図は図８のよう与えられ

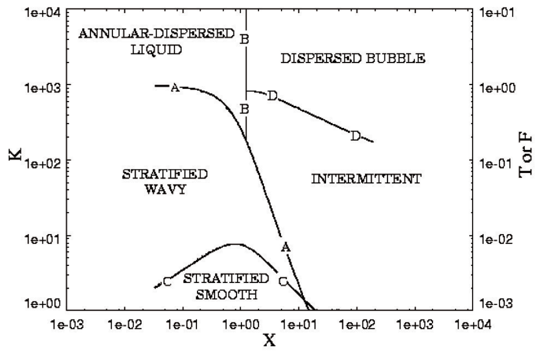


図8：矩形水平管に対するT-D線図

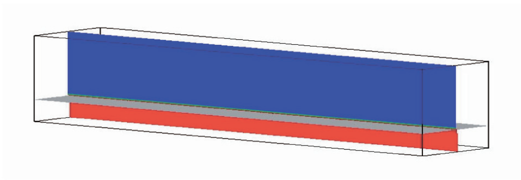
る。この図において、曲線Aは、波の成長・非成長の境界を、Maritinelliパラメータ、X、とFroude数、F、との関係によって表している。MaritinelliパラメータとFroude数は、それぞれ、

$$X=\sqrt{\frac{\left|(dp/dx)_L^s\right|}{\left|(dp/dx)_G^s\right|}},\ F=\sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L-\rho_G}}\frac{u_G^s}{\sqrt{Hg}}$$

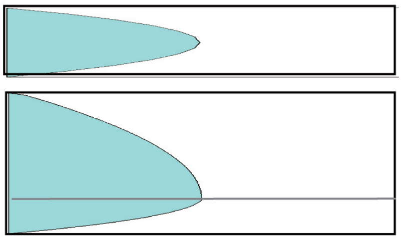
と与えられ、L、Gの添字は、液相、気相を、sは、みかけ量を表す。シミュレーションでは、この曲線Aの再現を行った。

基本的なシミュレーション条件は、前節と同様であるが、上下左右方向の境界条件は、共に粘着壁境界とした。さらに、流入流出境界間には圧力差を与え、高密度相の動粘性係数を一定とし、低密度相のそれを変化させ流速差を生じさせた。流入境界では、界面を正弦波で変化させた。計算パラメータは、$H=58$, $L=198$, $\rho_l=0.1$, $\rho_h=0.6$, $\nu_h=5.6\times10^{-3}$, $g=1.0\times10^{-5}$, $\sigma=0.0$, $A=1.0$, $\tilde{\eta}_h^0=\eta_h^0/H=$ 0.25, 0.51, 0.77, 0.85 とした。さらに、流路幅を変化させ、流路断面のアスペクト比を $e=W/H=$ 0.19, 0.40, 0.64 とし、その影響についても考察した。図９に初期密度分布及び初期流速分布を示す。

また、図10に、$e=0.19$, $\tilde{\eta}_0=0.25$、各相のReynolds数 $\mathrm{Re}_l=87.0$, $\mathrm{Re}_h=114$ の場合の結果を一例として示す。



(a)



(b)

図9：T-D線図再現シミュレーションの（a）初期密度分布及び（b）初期流速分布（並びは図6と同じ）

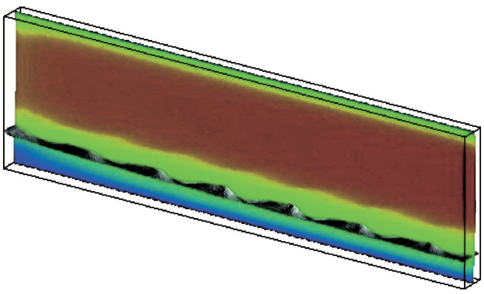
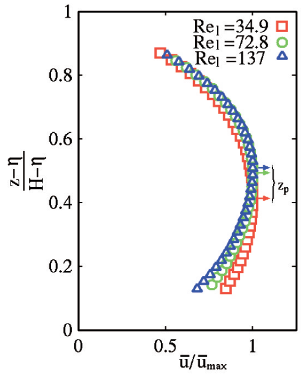


図10：矩形水平管内における波の成長シミュレーションの例（色分布は流れ方向の流速を表す。赤：高速、青：低速）

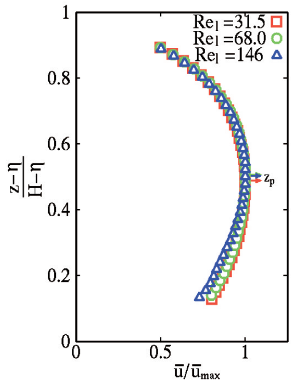
この図において、波が下流に行くほど成長している様子が見られる。

このようなシミュレーションに対して、まず、流れ方向の流速分布について考察し、シミュレーションの妥当性を検討した。図11には、x＝L／2の位置にある流れ方向に垂直な断面上で測定した、低密度相の流れ方向の流速分布を示す。図では、界面からz＝Hまでの高さ、及び流れ方向の流速の幅方向平均を規格化して示してある。この図において、e＝0.64の場合には、流速分布が放物線状であることから、流路幅の方向の壁の影響を受けていないことが分かる。

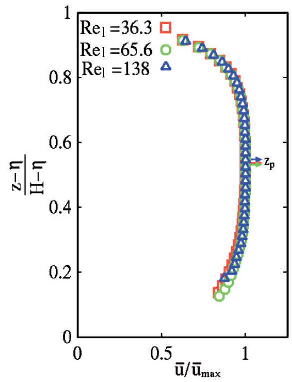
また、低密度相のReynolds数（流速）が大きくなるに従って、流速分布の最大値（z_p）の位置がz＝Hの境界に近づいている様子が見られる。この結果は、Akai等[31]によって示された結果と同じ傾向を示している。さらに、アスペクト比が小さくなると、流速分布は、



(a)



(b)



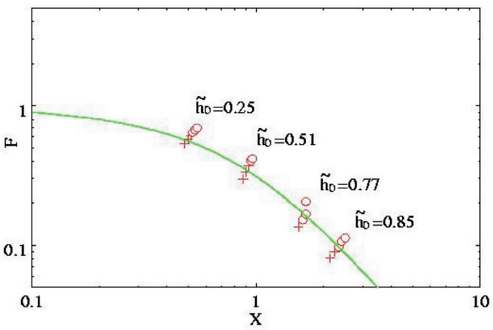
(c)

図11：低密度相の流れ方向の流速分布
(a)e=0.64　(b)e=0.40　(c)e=0.19

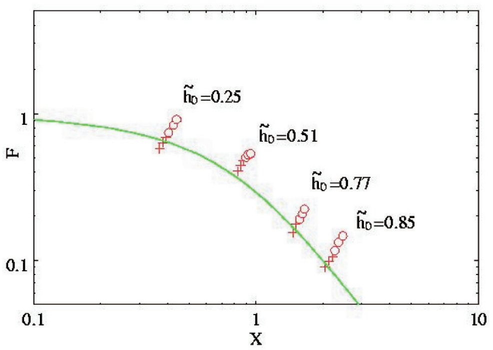
放物線状から台形状に変化し、分布の最大値の変化が小さくなっている。これは、幅方向の壁の影響[32]により、流れの三次元性が顕著になっていることに起因している。これらのことから、シミュレーションは妥当な結果を与えていると考えられる[33]。

次に、このようなシミュレーションに対して、T-D線図との比較を試みた。ます、無次元数、X、F、及び波の成長の有無を以下のように測定した。2つの無次元数については、流速分布と同様に、x＝L／2に位置する流れ方向に垂直な断面上で測定し、その時間変化が一定となる範囲における時間平均の値を比較に用いた。界面成長の有無については、界面高さの平均値からの分散を、流入境界断面上と無次元数を測定した断面上で測定し、両者の比によって判断した。図12に、各々のアスペクト比に対するT-D線図との比較を示す。

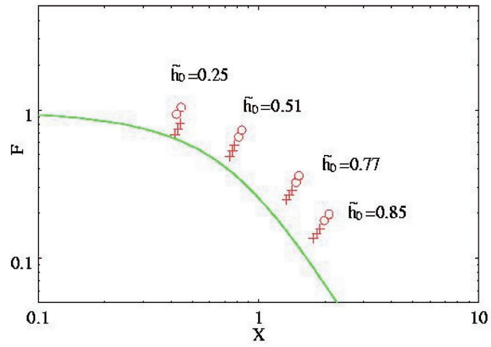
この図から、e＝0.64の場合は、波の成長・非成長の境界がT-D線図の曲線とほぼ一致していることが分かる。しかし、e＝0.40，0.19



(a)



(b)



(c)

図12：シミュレーション結果とT-D線図との比較(○：成長、＋：非成長、曲線：T-D線図の曲線) (a)e=0.64 (b)e=0.40 (c)e=0.19

となるに従って、徐々に曲線が離れている様子も見られる。

この比較の結果について、流れ方向の流速分布の点から、以下のように解釈することができる。図11において見られたように、e＝0.64の場合には、低密度相の流速分布は、放物線状になっており、幅方向の壁の影響を受けていない。つまり、流れは2次元的である。しかし、アスペクト比が小さくなるにつれて流速分布は、台形的に変化する。これは、幅方向の壁の影響であり、流れの3次元性によるものであった。よって、2次元的考察によって導かれているT-D線図の曲線Aを、e＝0.64の結果は再現することができていると考えられる。しかし、流れの三次元性のため流速分布が台形的になることにより、波を成長させるのに必要な流速差を得るための流量は、放物線状の分布の場合より大きくなる。このため、低密度相の流量に比例したFの値は、T-D線図の曲線の値より、大きくなるほうへ移動することとなる。この結果は、この数値シミュレーションによって、明らかになったことである[34]。

3．4　Ishii-Grolmesの実験相関式の再現

以上、3.2.節及び3.3.節では、共に界面の波の成長に関する理論的考察によって導かれ

る結果に対する検証や再現を示した。次に、二相界面の波がちぎれ、液滴が発生する現象に、HCZモデルを適用した。液滴発生現象は、界面が不連続に変化（トポロジー的な変化）を伴うため、これまで数値シミュレーションがなされていなかったが、格子ボルツマン法の二相流体モデルでは、自発的な界面現象が再現できることから、そのシミュレーションが可能となった。さらに、液滴発生現象に対する実験相関式を再現することより、この手法の有用性を示すことにもなると考えられる。

水平層状二相流の界面からの液滴発生については、IshiiとGrolmesによって調べられており、その結果によると、液膜から液滴が発生するときの流動状態が、無次元数を用いた以下の実験相関式（I-G相関式）によって整理されている[35]。

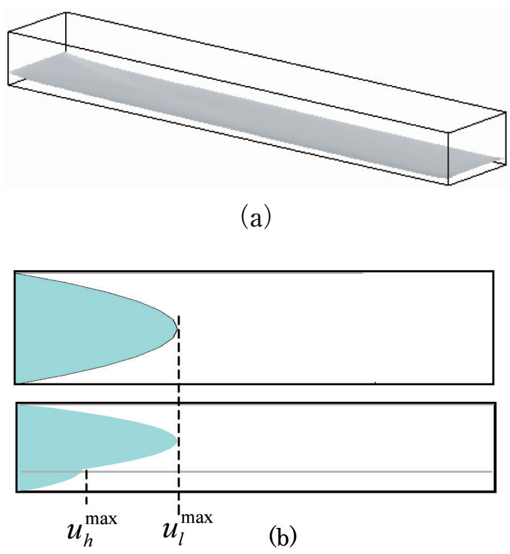
$$V_l = \begin{cases} \left.\begin{array}{ll} N_\mu^{0.8} & (N_\mu \le \frac{1}{15}) \\ 0.1146 & (N_\mu > \frac{1}{15}) \end{array}\right\} (Re_h \ge 1635) \\ \left.\begin{array}{ll} 11.78 N_\mu^{0.8} Re_h^{-1/3} & (N_\mu \le \frac{1}{15}) \\ 1.35 Re_h^{-1/3} & (N_\mu > \frac{1}{15}) \end{array}\right\} (160 < Re_h \le 1635) \\ 1.5 Re_h^{-1/3} \qquad\qquad (Re_h < 160) \end{cases}$$

$$Re_h = \frac{4\rho_h u_h \eta}{\mu_h}, V_l = \frac{j_l \mu_h}{\sigma}\sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_h}},$$

$$N_\mu = \mu_h\left(\rho_h \sigma \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_h - \rho_l)}}\right)^{-1/2}.$$

ここで、Re_h、V_l、N_μは、無次元数であり、それぞれ、液膜Raynolds数、無次元気体速度、粘性数である。また、j_lは気相の見かけ流速である。

シミュレーションでは、まず滑らかな界面を持つ定常な成層二相流を生成した。次に、その成層二相流の流入境界において擾乱となる波を生成し、その波からの液滴発生を観測した。また、液滴発生時における無次元数を測定し、I-G相関式と比較した。壁境界条件は、3.3. 節と同様とし、流入境界では、初期条件と同じ流速分布及び密度分布を、流出境界では、一格子上流の物理量を与えて、成層二相流を生成した。計算パラメータは、$H = 38$，$W = 63$，$L = 383$，$\rho_h = 4.0$，$\rho_l = 1.0$，$\eta_0 = 10.0$，$g = 1.0\times10^{-5}$，$\mu_h = \mu_l = 0.013$，$\sigma = 1.37\times10^{-3}$を用いた。図13に生成した定常な成層二相流の例と初期流速分布を示す。



(a)

(b)

図13：(a) 定常水平成層二相流 (b) 初期流速分布（並びは図6と同じ。u_l^{max}, u_h^{max} 低密度相及び高密度相の最大流速）

さらに、生成する擾乱（波）の形状を図14に示す。この図において、a＝5，b＝40を用いた。

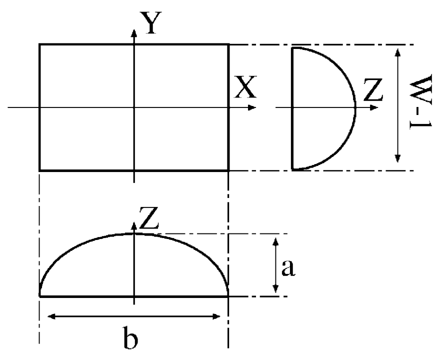
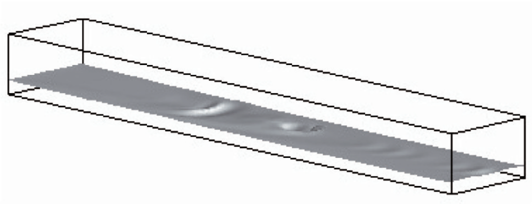
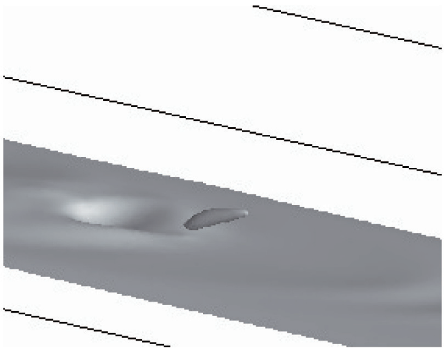


図14：流入境界で生成した擾乱（波）

図15では、界面の波がちぎれ、液滴が発生している様子を示している。



(a)



(b)

図15：(a)液滴発生の様子 (b)液滴周囲の拡大図

I-G相関式との比較では、高密度相の最大流速 u_h^{max} 、を変化させることにより、Re_hを変化させ、それぞれのRe_hに対して、低密度相の最大流速 u_l^{max} 、つまりV_lを漸増させ、液滴発生の有無の境界を調べた。無次元数は、流入境界で測定し、液膜Raynolds数は、$200 < Re_h < 600$ の範囲で変化させた。また、液滴の発生の検出は、文献[36]のクラスタリング手法を用い、計算格子全体を閾値 $\rho_m = \frac{1}{2}(\rho_h + \rho_l)$ によって二値化し、高密度相に対する領域数が2個以上になった場合に液滴が発生しているとした。粘性数については、その定義から流動状態には無関係であり、流体の粘性率や密度等に依存する。ここで示すシミュレーションでは、$N_\mu = 6.9 \times 10^{-2}$ となり、この値とRe_hの範囲から、比較に用いられるI-G相関式は、 $V_l = 1.35 Re_h^{-1/3}$ となる。図16に比較の結果を示す。

この結果から、HCZモデルによる液滴発生シミュレーションは、実験相関式であるI-G相関式を、ほぼ再現できることが分かる[37]。

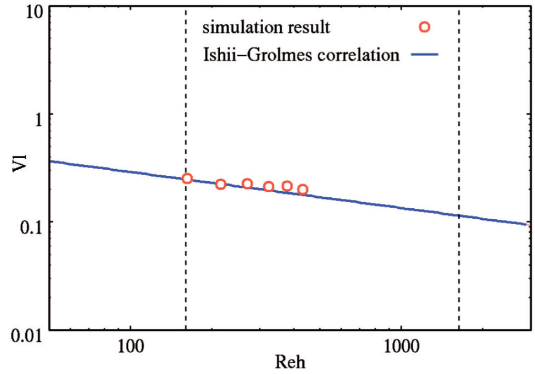


図16：シミュレーション結果とI-G相関式との比較

4．おわりに

以上において、格子ボルツマン法HCZモデルを用いて、水平層状二相流における界面の成長及び変形について紹介した。HCZモデルでは、Kelvin-Helmholtz不安定性を満足し、Taitel-Duklerの流動様式線図やIshii-Grolmesの実験相関式を再現可能であることが分かった。このことから、格子ボルツマン法の2相流体モデルは、実験結果に依存しない二相流のシミュレーションの可能性や、これまで巨視的な数値解析手法で用いられてきた実験に基づく構成式や相関図等を数値的に生成する可能性を持つものと考えられる。

しかし、より現実的な流動解析に用いるためには、両相の密度差、壁境界条件、熱の導入等の解決すべき問題点も多く残されている。これらの問題点については、例えば、密度比を1000倍程度まで扱えるモデルが提案される[38]など、現在、多くの人々によって、精力的に研究が進められている。今後は、格子ボルツマン法の二相流体モデルを用いて、より詳細な二相流数値解析が可能になることが期待される。

参考文献

［1］　秋山守，有冨正憲 監修："新しい気液二相流数値解析　―――多次元流動解析―――"，コロナ社，(2002).

［2］ Rothman, D. H. and Zaleski, S.: "Lattice－gas Cellular Automata:*Simple models of complex hydrodynamics*", Cambridge University press (1997).

［3］ Succi, S.: "The Lattice Boltzmann Equation *for Fluid Dynamics and Beyond*",OXFORD SCIENCE PUBLICATION(2001).

［4］ Frisch, U., Hasslacher, B., and Pomeau, Y.: Phys. Rev. Lett., **56**, 1505 (1986).

［5］ d'Humieres, D., et al: Europhys. Lett., **2**,291(1986). Somers, J. A. and Rem P. C.: Lecture Notes in Physics, **398**, 59(1992).

［6］ Rothman, D. H.and Keller, J. K.: J. Stat. Phys., **52**, 1119 (1988).

［7］ Appert, C.and Zaleski, S.: Phys. Rev. Lett., **64**, 1 (1990).

［8］ 海老原健一，渡辺正："格子ガス気液モデルを用いた外力場中における液滴変形に関する研究",JAERI－Research 2000-042（2000）.

［9］ Ebihara, K. and Watanabe, T.: Eur. Phys. J. B, **18**, 319(2000).

［10］ McNamara, G. and Zanetti, G.:Phys. Rev. Lett., **61**, 2332(1988).

［11］ Shan, X. and Chen, H.: Phys. Rev. E, **47**, 1815(1993).

［12］ Shan, X. and Chen, H.: Phys. Rev. E, **49**, 2941(1994).

［13］ Swift, M. R., et al: Phys. Rev. Lett., **75**, 830(1995).

［14］ Swift, M. R., et al: Phys. Rev. E, **54**, 5041(1996).

［15］ Chen, S. and Qian, Y. H.: Int. J. Mod. Phys. C, **8**, 763(1997).

［16］ He, X., et al: J. Comp. Phys., **152**, 642 (1999).

［17］ Gunstensen, A. K., et al: Phys. Rev. A, **43**, 4320(1991).

［18］ Grunau, D., et al: Phys. Fluids A, **5**, 2557(1993).

［19］ Landau, L. D.and Lifshitz, E. M.: "STATISTICAL PHYSICS", Pergamon Press, (1959).

［20］ He, X.and Luo, L.-S.: Phys. Rev. E, **56**, 6811(1997).

［21］ He, X., et al: Phys. Rev. E, **57**, R31(1998).

［22］ 日本数学会編:"岩波 数学辞典 第3版", 185，岩波書店（1991）.

［23］ Chapman, S. and Cowling, T. G.: "THE MATHEMATICAL THEORY OF NON-UNIFORM GASES", CAMBRIDGE AT THE UNIVERSITY PRESS (1970).

［24］ Croxton, C. A.: "Statistical Mechanics of The Liquid Surface", John Wiley & Sons (1980). Gibbs, J. W. :"Collected Works Vol.1", Yale University Press (1928).

［25］ 竹内均訳：ランダウ，リフシッツ著："ランダウ＝リフシッツ理論物理学教程 流体力学1"，253，東京図書（1995）.

［26］ Clift, R., et al: "Bubbles, Drops, and Particles", ACADEMIC PRESS (1978).

［27］ 植田辰洋："気液二相流 ―――流れと熱伝導―――"，養賢堂（1981）.

［28］ Plouraboue, F. and Hinch, E. J.: Phys. Fluids, **14**, 922 (2002).

［29］ Ebihara, K. and Watanabe, T.: Int. J. Mod. Phys. B, 17, 113(2003).

［30］ Taitel, Y. and Dukler, A. E.: AIChE J., **22**, 47(1976).

［31］ Akai, M., et al: Int. J. Multiphase Flow, **6**, 173(1979).

［32］ Gondret, P., et al: Phys. of Fluid, **9**, 1841(1997).

［33］ Ebihara, K. and Watanabe, T.:"Proc.

of ASME Int. Mechanical Engineering Congress and Exposition", IMECE2004-59679 (2004).

［34］　海老原健一，渡辺正：日本機械学会論文集B編，**70**，1393（2004）.

［35］　Ishii, M. and Grolmes, M. A.: AIChE J., **21**, 308(1975).

［36］　Ebihara, K., et al,: Int. J. Mod. Phys. C, **9**, 1417(1998).

［37］　Ebihara, K. and Watanabe, T.:"Numerical Simulation of Inception of Droplet Entrainment in Horizontal Stratified Two-phase Flow",Comp. & Fluids(submitted).

［38］　Inamuro, et al: J. Comp. Phys. **198**,628(2004). Lee, T. and Lin, C.-L.: J. Comp. Phys. **206**, 16(2005).