実時間・超高速計算
—計算機の新しい利用技術の開拓に向けて—
Real Time and Super Computing
as New Frontiers of Computer Applications

(財)高度情報科学技術研究機構　徳田　伸二 [＊1]
(独)理化学研究所　計算科学研究機構　松岡　浩

基礎方程式を現象の起こる時間スケールと同じ時間で、あるいはそれより早く解く実時間・超高速計算を目指した、核融合プラズマのMHD安定性解析手法の開発が進んでいる。それは、Newcomb方程式と接続法（両方とも良く知られた古典的な解析理論である）を現代的な数値計算に適合させた手法である。これにより、廉価なPCクラスター（CPU数百程度）で核融合炉におけるMHD安定性の監視（モニター）・制御が可能になると期待できる。また、一般に“流れ”の「実時間・超高速計算」をコンパクトに実現する技術としては、①細かいスケールで単純な法則を解き、疎視化して現実世界の現象を導く方法、②実測情報をフィードバックしつつシミュレーション計算を適応制御する方法、③“１格子点１ビット幅”でデータを処理する方法、④“動的再構成可能なシストリックアレイ”の採用、⑤“不揮発性ダイナミック論理”の採用が有望であろう。

１．序論

計算性能をどこまで追い求めるか？この問いへの回答はいくつか考えられようが、一つは、対象とする現象の従う基礎方程式を現象の起こる時間スケールと同じ時間で、あるいはそれより早く解けることが挙げられる。以下、このような計算を**「実時間・超高速計算」**と呼ぶことにする。これが実現すれば様々な応用技術の展開が期待できる。たとえば核融合炉において、その磁気流体力学（MHD）安定性を決めるプラズマ圧力や電流の変化する時間スケールは数秒である。それゆえ、１秒以下で安定性が判定できれば、実験データのポスト解析—これが従来の安定性解析の姿である—ではなく、核融合炉のMHD安定性の監視（モニター）さらには不安定化を回避する制御が可能になる。また、核融合プラズマに限らず、流れ（Navier-Stokes方程式に従う）の実時間・超高速計算が可能になれば、医療（血流の計算）や災害予測（津波の解析）等、計算機の新しい利用技術として広範囲な展開が期待でよう。

本稿では、このような実時間・超高速計算を実現する上で必要な技術をソフトウェア面およびハードウェア面から議論する。

計算機の高性能化は、もちろん実時間・超高速計算を実現する上で不可欠な因子である。しかしながら、スーパーコンピュータ（スカラー型超並列計算機）は、その価格、容積ならびに重量そして消費電力の側面から、実時間・超高速計算の実用化には（たとえば医療現場における専用計算機としては）不向きであると予想される。この側面を考慮して議

（＊１）　現在、国際核融合エネルギー研究センター

論を進めることが重要であると思われる。

FFT（Fast Fourier Transform）の例からも明らかなように、計算を速くする確実な方法は計算量そのものを減らすことである。第２章では、核融合炉のMHD安定性の実時間・超高速計算を目指した、高速な数値計算法の研究開発を紹介する。次に第３章では、一般的な"流れ"の実時間・超高速計算をコンパクトに実現するための、シミュレーションモデルとハードウェア技術について紹介する。そして、まとめを第４章で行う。

２．核融合プラズマの実時間安定性解析のための数値計算法

核融合プラズマの理想MHD安定性はプラズマの速度ベクトル場を未知変数とする固有値問題

$$A V = \lambda B V \qquad (1)$$

を解くことに帰着する。ここで、Vは各空間点におけるプラズマの速度ベクトル（３成分ある）であり、行列A, Bはプラズマ圧力やプラズマ中に流れる電流密度から決定される。（１）式で固有値λはプラズマの固有振動を与え、それが正の場合プラズマは安定、負の場合プラズマは不安定で、その絶対値は成長率を与える。式を数値的に求めるコードは1970年代後半から80年代前半にかけて開発され、その代表的なものはERATOJコードである（文献［１］の引用文献を参照）。その計算例を図１（固有値は$\lambda_{0\text{-ERT}}$で示されている）に示す。

図１で横軸βpはプラズマの圧力（プラズマ中の電流が作る磁場で規格化されている）であり、固有値がゼロになるβpの値が臨界安定な圧力を与え、安定性解析では最も関心のある値である。ERATOJの著しい数値特性は、不安定側の圧力から臨界安定に近づくと固有値が、ゼロの線に接するようにして上に凸なカーブを描くことである。一方、安定側から固有値を探索すると数値計算として収束しないことが知られていた（この理由は詳しく述べないが、方程式（１）は通常の数値計算が不可能となる「連続スペクトル」を安定側に持つためである）。これは長い間、MHD安定性解析における未解決の課題であった。

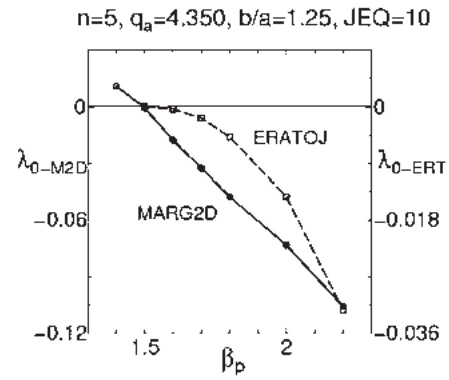

図１　ERATOJおよびMARG２Dで求めた固有値の圧力βp依存性。固有値の符号が負の場合、プラズマは不安定、正の場合、安定である。MARG２Dは臨界安定（固有値＝０）となる圧力βpを同定することができる（この例ではβp＝1.4）。

著者の一人は方程式（１）における速度成分のうち、一つだけの成分に関する固有値問題（Newcomb方程式として知られていた方程式の一般固有値問題）で次の性質を持つものを作った（［１］-［３］）。

○固有値が振動数（成長率）という物理的な意味は持たないが、固有値が負の場合、プラズマは不安定、正の場合、プラズマは安定であることは不変、したがってゼロ固有値は臨界安定であることは不変である。

○固有値問題は連続スペクトルを持たない。それゆえ、臨界安定の高精度な同定が可能である。

この問題を解くコードMARG２Dの計算例も図１に示す（固有値は$\lambda_{0\text{-M2D}}$で示されている）。図１から分かるようにMARG２Dの固有値のカーブはほぼ直線でゼロを切り、これから、臨界安定な圧力として

$$\beta p = 1.4 \qquad (2)$$

を得る。ERATOJの結果も同じであること

は確認できるが、単独で推定することは困難である。

数値計算法の観点から見た、もう一つの特徴は計算時間の差である。図２は臨界値に近い場合（βp ＝ 1.5）について、二つのコードによる固有値解析の結果を示す。両コードから計算された固有ベクトルはよく一致しているが、その計算時間は著しく異なる。固有値問題における変数の量が１/３になるため、行列演算として理論的に27倍以上速くなるが、実際はMARG２Dの方が43倍以上速い。このことは、臨界安定に近い場合、ERATOJが必要な精度を得るためには計算量が増えるという経験則に一致している。

そして、さらにMARG２Dを並列計算（64CPU）で実行すれば、CPU時間は4.9秒に減少する（並列化により25.8倍に高速化される；なお、用いた並列計算機はAltix3700Bx２である）。

ERATOJとMARG２Dとの違いを実時間解析のための数値計算法という観点から議論しよう。MARG２Dでは速度ベクトルに関する基礎方程式（磁気流体力学（MHD）方程式）から、ベクトルの一成分だけに関する、簡単化された方程式を導いた。この手続きは一般的に基礎方程式の簡約（reduction）と呼ばれる。この簡約化においては、単に方程式を簡単にするのではなく、不必要な情報は消去し、必要な情報の正確さは保障されるような簡単化が本質的であり、そこに数値解析手法の開発の本質があるといえる。MARG２Dの定式化では、固有値に物理的意味はなくなるが、安定性の判定を困難にしていた「連続スペクトル」を解析的に消去し、安定性の判定が常に可能な数値的に「ロバスト」で、かつ、元の方程式より早く解くことのできる方程式を導いたことが成功の鍵である。

ただし、核融合プラズマでは、このMARG２Dでは判定できない重要な不安定性が存在する。それはプラズマ自身やプラズマを囲む導体壁のもつ電気抵抗が引き起こすものである。安定性の同定に許される時間にはずっと裕度がある（＞数10秒）が、不安定性を記述する方程式は複雑になる。すなわち、プラズマの速度ベクトルに加えて、磁場ベクトルおよびプラズマ圧力に関する、総計７つの変数を未知関数にする偏微分方程式（抵抗性MHD方程式）の固有値問題を解かねばならず、少なく見積もってもMARG２Dコードの300倍以上の計算時間がかかる。そのため、そのような不安定性の実時間解析は不可能と考えられる。

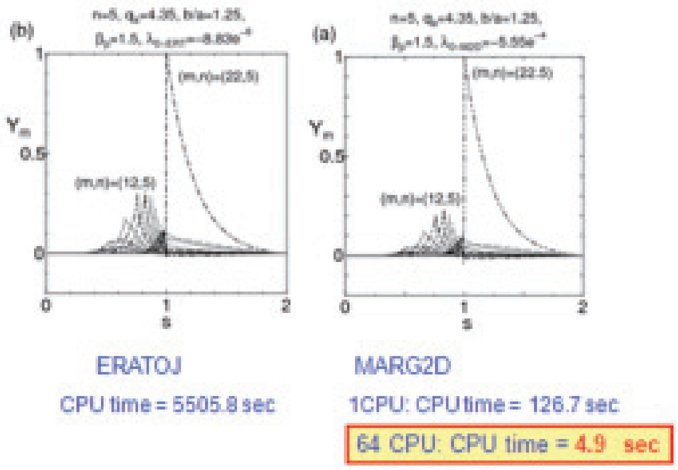

図２　臨界安定に近い場合（βp ＝ 1.4）について（a）MARG２Dおよび（b）ERATOJで求めた固有ベクトル。両者の一致はよいが、MARG２Dの方が43倍以上速い。そして、並列計算により計算時間は4.9秒に短縮される（並列計算機はAltix3700Bx２）。

しかし、この場合にも問題に適した簡約化が可能である。抵抗性MHD不安定性の場合を例にとると、この不安定性の解析では、図３に示すようにプラズマの領域を電気抵抗を入れたMHD方程式を解かねばならない狭い領域（内部領域）とMARG２Dと同じ方程式を解けばよい領域（外部領域）とに分割できる。そして、核融合プラズマでは、ほとんどの部分は外部領域である。したがって、内部領域だけで抵抗性MHD方程式を解き、その解と外部領域で成立するMARG２Dの方程式の解とを滑らかに接続することにより、安定性の高速な解析が可能となる（なお、解を接続する点は図３ではr_Lおよびr_Rである）。このような解析を接続法(あるいは切つなぎ法)と呼ぶが、この接続法を数値的に実行するコードの開発を進めている（[４]－[７]）。この簡約化で十分な高速化が実現されるが、さらに、狭い内部領域におけるプラズマの運動の特徴を解析的に捉えることにより方程式の未知関数の数を７から３に低減できるので、一層の高速化を図ることができる。接続法の意義を計算時間の観点から述べると、計算時間を140倍以上速くしたことになっている。粗い評価であるが、以下のようになる。すなわち、７変数からなる抵抗性MHD方程式を全領域で解けば、計算時間はMARG２Dの$7^3 = 343$倍になる。一方、接続法では全領域の５％の部分だけを３変数に簡約された抵抗性MHD方程式を解き、残りの部分はMARG２Dと同じ方程式を解くので、計算時間はMARG２Dの

$$3^3 \times 0.05 + 0.95 = 2.3 \qquad (3)$$

倍の計算時間ですむ。したがって、接続法は343/2.3＝149倍速い計算になっている。

特に、MARG２Dの2.3倍であるということ、そして、抵抗性MHD安定性の判定には時間的な裕度があることを考慮すると、接続法の開発により、抵抗性MHD安定性という、核融合プラズマで重要なもう一つの問題（すなわち、ディスラプションの引き金になる不安定性）についても実時間解析および制御が今後の研究テーマとして視野に入ってきたことになる。

なお、ここではプラズマの電気抵抗が引き起こす不安定性の解析に関わる問題を議論したが、プラズマを囲む導体壁の電気抵抗が有限であるために引き起こされる不安定性についても、その解析に要する計算時間は（３）式と同程度である。実際、この場合、プラズマの従う方程式はMARG２Dのそれと同一である。それに導体中の磁場（３成分ある）の

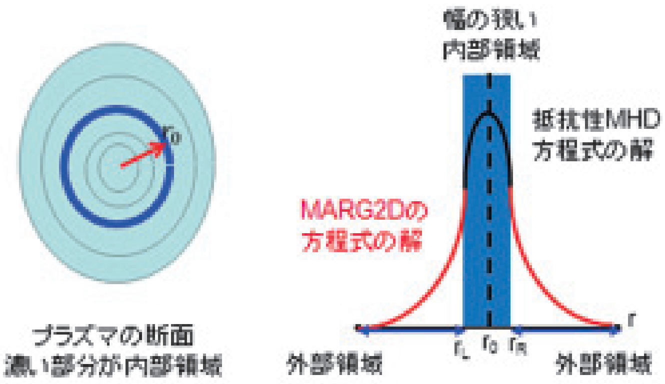

図３　抵抗性MHD不安定性では、プラズマの領域を、電気抵抗を入れたMHD方程式を解かねばならない狭い領域（内部領域）とMARG２Dと同じ方程式を解けばよい領域（外部領域）とに分割できる。そして、核融合プラズマでは、ほとんどの部分は外部領域である。図でrはプラズマの径方向の座標値（中心からの距離）、r_0は内部領域の中心、r_L, r_Rは内部領域の左右の端点。

方程式（いわゆるMaxwell方程式）が加わるが、それは内部領域が壁に移ったことと同等である。したがって、計算時間の評価も同じである。

3．“流れ”の実時間・超高速計算をコンパクトに実現する有望技術

一般に“流れ”の「実時間・超高速計算」をコンパクトに実現するという目的に対し、ここでは、①細かいスケールで単純な法則を解き、疎視化して現実世界の現象を導く方法、②実測情報をフィードバックしつつシミュレーション計算を適応制御する方法、③“1格子点1ビット幅”でデータを処理する方法、④“動的再構成可能なシストリックアレイ”の採用、⑤“不揮発性ダイナミック論理”の採用、の5つの有望技術を述べる。

第1に、上記の目的を達成するためには、可能な限り簡単な「シミュレーションモデル」を採用するべきである。しかしながら、一般に、現実世界の現象は、多くの現象が相互に影響しあい、幅広い空間的・時間的なスケールにわたって変動している。従って、より現実に近いシミュレーションを実現しようとすると、より多くの物理現象を連成させる“マルチフィジクス性”と、より幅広い空間・時間範囲で変動をとらえる“マルチスケール性”を備えた複雑かつ精緻なシミュレーションモデルが必要になる。

例えば、地球温暖化の予測において重要な現象である“海水の地球規模での大循環”を考えると、物理法則に立脚した近似方程式を解くことによって海水のみの循環を解く物理モデルが基本にある。それを現実世界の現象に近づけるためには、海面上の空気による海水の駆動力や降雨・蒸発等による海面高度の変化を考慮できるように“大気大循環”と連成させたモデルに進化させる必要がある。さらに、氷山による下降海水流や、生態系による空気組成の変化が温室効果に与える影響などを計算できるモデルとの連成を行えば、さらに現実世界を忠実に模擬できる可能性が高くなるであろう。

このような **“近似方程式の解法とモデルの精緻化”** によるアプローチは、従来からの数値シミュレーションにおける第1の王道である（cf. 図4）。しかし、精緻化を進めるほどモデルの計算が複雑になり、必要とされる計算機の能力が急激に増大してしまう。

これに対し、第2のアプローチとして、**“よ**

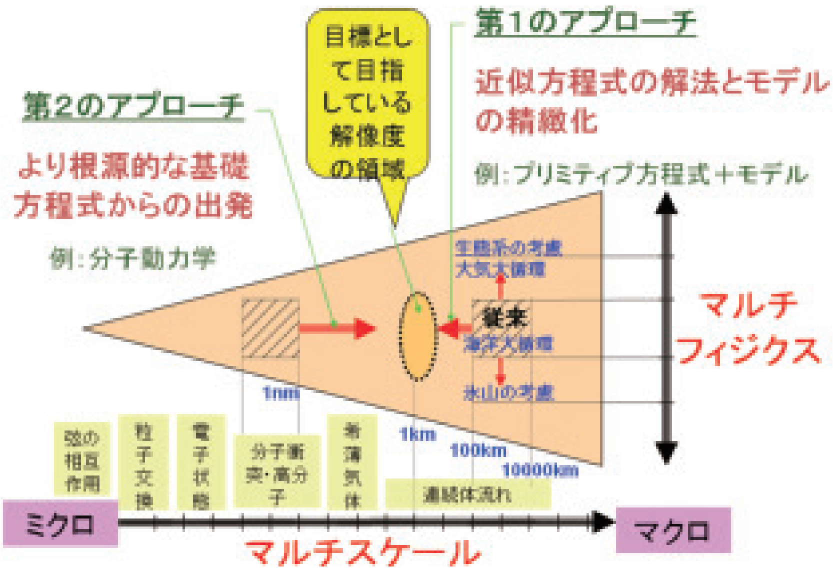

図4　従来のシミュレーションアプローチ

り根源的な基礎方程式から出発”するという方法がある（cf. 図４）。例えば、分子動力学による身近な現象のシミュレーションがこれに当たる。身近な現象の空間・時間スケールは、アボガドロ数のオーダー（10の24乗）以上の個数の分子からなる。すなわち、我々が着目している現実の世界は、分子の大きさの世界から計算を積み上げていこうとすると、マルチスケールの桁の広がりが20数桁以上に大きくなってしまう。進歩が著しい現在の高性能計算機の能力でも、この計算を実用的な時間で終了させるには、まだまだ演算速度や記憶容量が追いつかない。

こうした中、第３のアプローチとして、「解析したい現象の空間・時間スケールよりも一段階だけ細かいスケールで仮想的な世界を想定し、そこで単純な法則に基づく現象を計算機で高速に解き、得られた仮想世界の現象をある適切な空間及び時間の範囲で平均化（疎視化・粗視化）して現実世界の現象を導く方法」がある。今後、「実時間・超高速計算」を達成する観点から、このような**“仮想世界からの現実収束”**アプローチにも注目する価値があろう（cf. 図５）。このアプローチの具体的な例としては、粒子法、格子ガス法、格子ボルツマン法などが挙げられる。

第２に、「シミュレーションしたい現象の時空間に関する法則を完全に模擬できるシミュレーションモデルを構築できたとしても、それだけでは、完璧な数値シミュレーションを実行できない」と認識することが大切である。数値シミュレーションを実行するには、ある時刻におけるすべての格子点に付随する“初期条件データ”と、シミュレーション領域周辺の詳細な形状などの“境界条件データ”が必要である。しかし、現実世界における実応用では、“初期条件データ”も“境界条件データ”も現実世界のデータを完璧には知ることができない。従って、現実世界における実応用では、「計算機に“初期条件データ”と“境界条件データ”を１回与えたきりで、後は計算のみで現実世界の現象を忠実に再現する」という意味での“完璧なシミュレーション”は、実行不可能である。

このため、「実時間・超高速」を現実問題のシミュレーションで実現するためには、ある暫定的な“初期条件データ”や“境界条件データ”を設定して計算を開始し、その後、適当な時間間隔で現実世界の実測情報をもとに、計算を修正してやる方法が提案されている。シミュレーションモデルが物理的に適切なものであれば、そのモデルのパラメータを実測点情報のみを頼りにして修正したとしても、実測点以外も含めた広い範囲で、シミュ

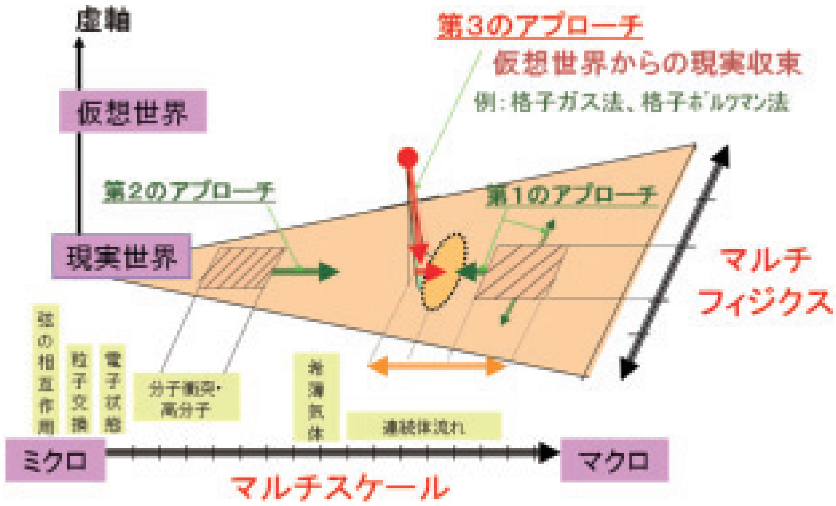

図５　第３のシミュレーションアプローチ（仮想世界からの現実収束）

レーション結果が実際の現象によく一致するようにできる可能性が高い。

東北大学流体科学研究所では、このような手法を“計測融合シミュレーション”とよび、早瀬敏幸教授らによって具体的な方法と応用がいくつか提案されている。「実時間・超高速」の応用では、**“計測融合シミュレーション”**技術の導入が不可欠であろう。

第３に、「実時間・超高速計算」を実現する観点から、可能な限り多くの格子点について、同時並列計算を実現していくことが大切である。このためには、「１格子点計算に必要な電子回路の面積」をできるだけ小さくして、集積回路の同一面積に、より多数の格子点に係る演算装置を組み込む必要がある。回路面積を小さくする観点からは、“１格子点１ビット幅”でのデータ処理を行うのが理想的である。

特に、“１ビット幅”の演算であれば、「１」または「０」の入力値から「１」または「０」の出力値を導出する演算回路を作ればよい。従って、and、or、notのような非常に単純な要素演算を行う電子回路の組み合わせで、それを実現できる。これらの要素演算回路におけるトランジスタ使用数は、乗算回路などにおけるトランジスタ使用数に比べて桁違いに小さいので、コンパクトな演算回路にするうえで極めて有利である。

第４に、各格子点における時間発展計算時のデータの移動、すなわち、記憶装置⇒演算装置⇒記憶装置という一連の「データパスの全体」が淀みなく進むことが大切である。１ビット幅の計算では、if文等による分岐計算を皆無にできるので、“パイプライン処理”が完全に機能する。さらに、記憶装置からのデータ取得、及び、記憶装置へのデータ格納についても、読み書きするデータの記憶装置内のアドレスを完全に先読みできるので、事前に適切なバンク分けをして記憶装置内の適切なアドレスにデータを記憶させることにより、同一記憶領域への読み書きの連続を避け、高速処理を実現できる。

さて、“１格子点１ビット幅”のパイプラインデータ処理を基本にした場合、各段における要素処理を行う演算回路は、andやorやnotのような単純な演算回路にできたとしても、それが適用される順番は、計算ごとに全く異なるという問題がある。これに対処するため、計算の必要が生じるたびに、要素処理回路の機能を、例えば、「and」から「or」へなど、瞬時に変化させることができれば、ひとつのパイプラインでもいろいろな種類の要素処理演算を好きな順番で実行できることになるので回路面積の節約になる。このように瞬時に回路の演算機能を変化させられる“動的再構成可能”な要素処理演算回路が、コンパクトな演算装置を作成するうえで、今後重要な技術になっていくであろう。

以上のことから、①データの値そのものの情報と②その値にほどこす演算の種類を決める情報、の２つが順次入力され、その反対側から、一連の演算結果が淀みなく出力されるイメージの記憶演算装置が浮かんでくる。これに該当するのが、“パイプライン処理”と“隣接回路間接続”を特徴にもつ**“シストリックアレイ型回路”**である。そして、その中に配置される各段の要素処理回路を“動的再構成可能な”記憶演算回路によって作り込みたいので、目標技術は、"動的再構成可能なシストリックアレイ"である。

第５に、「低消費電力の記憶演算回路」を実現する観点から、“不揮発性ダイナミック論理”の採用が有望である。これは、「本当に必要なタイミングだけ必要な量の電流を流す技術」と「電流を流さない電源オフの時間にも情報を保持するため、スピン注入型磁気抵抗素子などの不揮発性デバイスを演算回路に一体化する技術」である。

東北大学電気通信研究所の羽生貴弘教授らは、**“スピン演算回路”**と呼ぶ不揮発性デバイ

スを内蔵した演算回路を提案･試作している。不揮発性デバイスには、同じく電気通信研究所の大野英男教授らが提案・試作しているスピン注入磁化反転方式によって磁化の向きを変えられる磁気抵抗素子を使用している。磁気抵抗素子は、絶縁膜を２つの強磁性膜で挟んだ３層構造をしており、２つの強磁性膜の磁化の向きが同じ（平行）である場合に、２つの強磁性膜間の電気抵抗が小さく、２つの強磁性膜の磁化の向きが反対（反平行）である場合に、２つの強磁性膜間の電気抵抗が大きいという性質がある。強磁性膜中の磁化の向きは、電流を流していない間も保持されるので、情報は、２つの強磁性膜間の電気抵抗が小さいか大きいか？という形で記憶され、電源を切っても消失しない。

また、羽生研究室では、スピン演算回路を利用して全加算回路を試作している。全加算回路は、SUM回路とCARRY回路からなるが、SUM回路の部分の回路図を示した（cf. 図６右）。可変抵抗の記号で示してあるB及びBバーの素子が磁気抵抗素子である。磁気抵抗素子は、その記憶内容を電気抵抗の大小によって記憶しているので、この抵抗が大きいか小さいか？を調べるために、電源VDDから電流を流して磁気抵抗素子BとBバーを通過させる必要がある。しかし、この電流は非常に短い時間だけ流せばよい。回路図では、CLKがactiveになった場合に磁気抵抗素子を貫通する電流が流れるが、これはアースには流れず、回路図下部にあるコンデンサーCを充電する。次にCLKバーがactiveになった時点で、コンデンサーCが中の電荷をアースに放電する。従って、貫通電流は、コンデンサーの容量によって制限され、極めて低消費電力の演算回路を実現している［８］。

４．まとめと議論

核融合プラズマの安定性解析コードMARG２Dでは、成長率の計算を行わず、安定性の同定だけに的を絞った数値計算法を採用している。これにより従来の安定性解析コードに比べ40倍上速い安定性の判定を実現した。この数値計算法と並列計算の両方の成果で安定性の実時間解析を取り上げることができるようになった。そして、５年後のPCクラスター（価格2000万円程度）によって十分な裕度を持って核融合プラズマの実時間安定

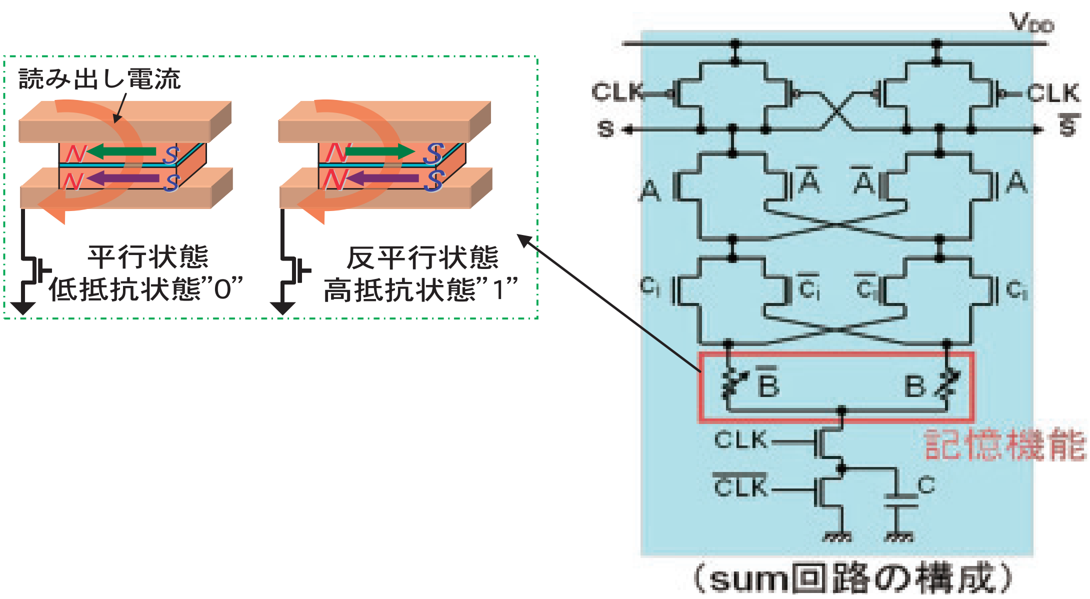

図６　不揮発性ダイナミック論理による超低消費電力の達成（東北大学電気通信研究所羽生貴弘研究室の松永らによる全加算回路の試作より抜粋）

性計算が実現すると予想される。また、物理的な成長率が必要な問題（プラズマや周りの導体壁の電気抵抗が引き起こす不安定性の場合）に対しては、その成長率を決める領域においてのみ基礎方程式（磁気流体力学方程式）を解き、それ以外の大部分ではMARG２Dを用いる接続法を開発した。この方法をさらに発展させることによって、電気抵抗が引き起こす、核融合プラズマで重要なもう一つの不安定性についても実時間解析および制御が可能になると期待できる。

また、一般に“流れ”の「実時間・超高速計算」をコンパクトに実現する技術としては、①細かいスケールで単純な法則を解き、疎視化して現実世界の現象を導く方法、②実測情報をフィードバックしつつシミュレーション計算を適応制御する方法、③“１格子点１ビット幅”でデータを処理する方法、④“動的再構成可能なシストリックアレイ”の採用、⑤“不揮発性ダイナミック論理”の採用が有望であると思われる。

謝辞

本稿の調査研究では（財）新技術振興渡辺記念会平成22年度科学技術調査研究助成（下期）を受けました。ここに記して感謝いたします。

参考文献

［１］S. Tokuda, T. Watanabe, “*A new eigenvalue problem associated with the two-dimensional Newcomb equation without continuous spectra,*”Phys. Plasmas 6 (1999) 3012.

［２］N. Aiba, S. Tokuda, T. Ishizawa and M. Okamoto, “Application of the two-dimensional Newcomb problem to compute the stability matrix of external MHD modes in a tokamak,” Plasma Phys. Controlled Fusion 46 (2004) 1699.

［３］N. Aiba, S. Tokuda, T. Ishizawa and M. Okamoto, “Extension of the Newcomb equation into the vacuum for the stability analysis of tokamak edge plasmas,” Computer Physics Communications 175 (2006) 269.

［４］Y. Kagei and S.Tokuda, “*A Numerical Matching Scheme for Linear MHD Stability Analysis,*” Plasma and Fusion Res., 3, 039 (2008).

［５］M. Furukawa, S. Tokuda and L.-J. Zheng, “*A numerical matching technique for linear resistive magnetohydrodynamics modes,*” Phys. Plasmas 17, 052502 (2010).

［６］J. Shiraishi, S. Tokuda and N. Aiba, “*A matching problem revisited for stability analysis of resistive wall modes in flowing plasmas,*” Phys. Plasmas 17, 012504 (2010).

［７］J. Shiraishi and S. Tokuda, “*Numerical Matching Scheme for Stability Analysis of Flowing Plasmas,*” IEEE Transactions on Plasma Science 38, 2169 (2010).

［８］S. Matsunaga etc. “*Fabrication of Nonvolatile Full Adder Based On Logic-in-Memory Architecture Using Magnetic Tunnel Junctions*”, Applied Physics Express 1 (2008) 091301.